

ARITMETICA

LE OPERAZIONI CON I NUMERI

Regole e proprietà dell'addizione:

1. l'**operazione** fra due numeri è quel particolare procedimento che a due numeri, presi in un certo ordine, fa corrispondere un terzo numero. Quest'ultimo è il **risultato** dell'operazione;
2. l'**addizione** è l'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero, ottenuto contando di seguito al primo tante unità quante ne indica il secondo;
3. i termini dell'addizione si chiamano **addendi**; il risultato si chiama **somma**;
4. lo **zero** è l'elemento **neutro** dell'addizione;
5. l'operazione di addizione con i numeri naturali e decimali è **sempre possibile**;
6. **proprietà commutativa**: la somma di due o più addendi non cambia se si cambia in un qualsiasi modo il loro ordine;
7. **proprietà associativa**: la somma di due o più addendi non cambia se a due o più di essi sostituiamo la loro somma;
8. **proprietà dissociativa**: la somma di due o più addendi non cambia se ad uno di essi ne sostituiamo altri due, o più, tali che sommati diano quell'addendo.

Regole e proprietà della sottrazione:

9. la **sottrazione** è quell'operazione che fa corrispondere a due numeri un terzo numero che addizionato al secondo dà come risultato il primo;

10. i termini della sottrazione si chiamano **minuendo** e **sottraendo**; il risultato si chiama **differenza** o **resto**;
11. la differenza di due numeri uguali è zero;
12. se il sottraendo è zero la differenza è uguale al minuendo;
13. **proprietà invariantiva della sottrazione**: la differenza di due numeri non cambia se a ciascuno di essi si addiziona o si sottrae, se ciò è possibile, uno stesso numero.

Regole e proprietà della moltiplicazione:

14. la **moltiplicazione** è quell'operazione che fa corrispondere a due numeri, un terzo numero ottenuto eseguendo l'addizione di tanti addendi uguali al primo, quanti ne indica il secondo;
15. i termini della moltiplicazione si chiamano **fattori**; il risultato si chiama **prodotto**;
16. il numero 1 è l'elemento **neutro** della moltiplicazione;
17. se uno dei fattori di una moltiplicazione è zero, il prodotto è zero;
18. per moltiplicare un numero per 10, 100, 1000 basta aggiungere uno, due, tre zeri al moltiplicando;
19. per moltiplicare un numero decimale per 10, 100, 1000 basta spostare la virgola verso destra di uno, due, tre posti;
20. per moltiplicare un numero per 0,1; 0,01; 0,001 è necessario togliere uno, due, tre zeri al moltiplicando, oppure spostare la virgola verso sinistra di uno, due, tre posti;
21. **proprietà commutativa**: il prodotto di due o più fattori non cambia se si cambia in qualsiasi modo il loro ordine;
22. **proprietà associativa**: il prodotto di due fattori non cambia se a due o più di essi sostituiamo il loro prodotto;
23. **proprietà dissociativa**: il prodotto di più fattori non cambia se ad uno di essi ne sostituiamo due o più tali che, moltiplicati, diano quel fattore;
24. **proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione**: per moltiplicare un'addizione per un numero, si può moltiplicare ciascun termine dell'addizione per quel numero e poi addizionare i prodotti ottenuti;
25. **proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto alla sottrazione**: per moltiplicare una sottrazione per un numero, si può moltiplicare ciascun termine della sottrazione per quel numero e poi sottrarre i prodotti ottenuti.

Regole e proprietà della divisione:

26. la **divisione** è quell'operazione che fa corrispondere a due numeri, di cui il secondo diverso da zero, un terzo numero, se esiste, che moltiplicato per il secondo dà come risultato il primo;
27. i termini della divisione si chiamano **dividendo** e **divisore**; il risultato si chiama **quoto** o **quoziente**;
28. se il dividendo è zero e il divisore è diverso da zero, il quoto è uguale a zero;
29. se il divisore è zero e il dividendo è diverso da zero il quoto non esiste;
30. se il dividendo e il divisore sono uguali a zero, il quoto è indeterminato;
31. se il divisore è uno, il quoto è uguale al dividendo;
32. per dividere un numero **naturale** per 10, 100, 1000 si selezionano, a partire da destra verso sinistra, tante cifre decimali quanti sono gli zeri del divisore;
33. per dividere un numero **decimale** per 10, 100, 1000 si sposta la virgola del dividendo verso sinistra di tanti posti quanti sono gli zeri del divisore;
34. **proprietà invariantiva**: moltiplicando o dividendo, se è possibile, per uno stesso numero diverso da zero il dividendo e il divisore di una divisione, il quoto rimane invariato;
35. **proprietà distributiva rispetto all'addizione**: per dividere un'addizione per un numero, si può dividere, se è possibile, ciascun termine dell'addizione per quel numero e poi addizionare i quoti ottenuti;
36. **proprietà distributiva rispetto alla sottrazione**: per dividere una sottrazione per un numero, si può dividere, se è possibile, ciascun termine della sottrazione per quel numero e poi sottrarre i quoti ottenuti.

Risoluzione delle espressioni:

37. un'**espressione** è un insieme di numeri legati fra di loro dai simboli delle operazioni;

38. le regole principali per risolvere un'espressione sono:

- a. se l'espressione è priva di parentesi e contiene solo addizioni e sottrazioni, oppure solo moltiplicazioni e divisioni, si eseguono le operazioni secondo l'ordine in cui sono scritte;
- b. se l'espressione è senza parentesi e contiene almeno un'addizione o una sottrazione e una moltiplicazione o una divisione, si eseguono prima moltiplicazioni e divisioni e poi addizioni e sottrazioni rispettando l'ordine in cui sono scritte;
- c. se l'espressione contiene delle parentesi, esse stabiliscono l'ordine in cui compiere le operazioni. Si eseguono prima le operazioni racchiuse nelle parentesi più "interne", poi quelle nelle parentesi più esterne. Per convenzione sono stati stabiliti tre gradi di parentesi: () → parentesi tonde; [] → parentesi quadre; { } → parentesi graffe.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

2 I termini dell'operazione di addizione si chiamano:

- a. fattori; b. addendi; c. dividendo e divisore; d. minuendo e sottraendo.

3 Qual è l'elemento neutro dell'addizione?

4 Stabilisci quale delle seguenti affermazioni è vera. L'operazione di addizione nell'insieme N :

- a. non sempre è possibile; b. non è mai possibile; c. è sempre possibile.

6 Completa la seguente affermazione:

la sottrazione è l'operazione che fa corrispondere a, un terzo numero che al secondo dà come risultato

7 Rispondi alle seguenti domande:

- Quanto vale la differenza di due numeri uguali?
- Se in una sottrazione il sottraendo è zero, a quanto è uguale la differenza?
- Lo zero è l'elemento neutro della sottrazione?
- È sempre possibile la sottrazione di due numeri naturali?

8 Completa la seguente affermazione relativa alla proprietà invariante della sottrazione:

la differenza di due numeri non cambia se a ciascuno di essi si o si sottrae, se ciò è, uno

11 Indica quale delle seguenti affermazioni è quella corretta:

- lo zero è l'elemento neutro della moltiplicazione;
- l'uno è l'elemento neutro della moltiplicazione;
- la moltiplicazione non ha elemento neutro.

14 Completa la seguente definizione:

la divisione è l'operazione che fa corrispondere a due numeri, di cui il secondo diverso da, un terzo numero, se, che moltiplicato per il dà come risultato il

15 Come si chiamano, nell'ordine, i termini della divisione?

16 Metti al posto dei puntini il risultato che ritieni corretto:

- a. $0 : 5 = \dots\dots\dots$; b. $0 : 0 = \dots\dots\dots$; c. $5 : 0 = \dots\dots\dots$; d. $5 : 1 = \dots\dots\dots$

ESERCIZI DI ABILITÀ

22 Calcola il risultato delle seguenti divisioni con i numeri decimali:

- a. $1,25 : 0,5$; b. $0,36 : 0,04$; c. $0,028 : 0,0014$.

24 Applica la proprietà invariante alle seguenti divisioni dividendo il dividendo e il divisore per 4:

- a. $24 : 4$; b. $72 : 8$; c. $128 : 32$.

19 Applica la proprietà invariante alle seguenti divisioni dividendo il dividendo e il divisore per 5:

- a. $135 : 15$; b. $240 : 10$; c. $495 : 75$.

20 Calcola il valore delle seguenti espressioni con i numeri naturali.

- $(2 \cdot 3 + 5) : (8 + 3) - (11 - 2 \cdot 5)$. R:0
- $(7 + 1 \cdot 8) - (20 - 4 \cdot 5 + 4) + 2 + 7$. R:20
- $\{13 \cdot [(30 + 18 - 16 \cdot 2 + 5) : 3 + 12] : 13\} + 21 - (4 \cdot 5)$. R:20
- $(8 + 14 \times 6 - 4) : \{3 \times 14 + 5 \times [25 : 5 + 3 \times (16 - 2 \times 6)] - 83\} + 7$ [9]
- $\{12 \times 20 - [4 \times 20 + 33 - 55 + (12 \times 10 + 6 + 306) : 6 - 19]\} : 3 - 23$ [20]
- $\{[(32 - 2 \times 9) : 2 + (7 + 4 \times 2) : 5] : (37 - 2 \times 16) + 6\} : 4 + 36 : 6$ [8]
- $\{9 \times 8 : [6 \times 8 - (9 + 11) \times (16 : 4 - 2)] - 1\} \times 2 - 21 : (5 + 3 \times 4 - 10)$ [13]
- $\{[(2 \times 10 + 5) : 5 + 7] \times 12 + 42 : 7\} : \{5 \times [21 : 3 \times 2 - (33 : 3)]\}$ [10]
- $2 \times \{[9 \times 2 + 4 : 2 - 50 : 10 \times 3] \times (40 - 5 \times 7 - 4) : (16 : 2 - 12 : 2)\} \times 2 : 10$ [1]

LE POTENZE DEI NUMERI

Il concetto di potenza:

1. la **potenza** di un numero è il prodotto di tanti fattori uguali a quel numero detto base, quanti ne indica l'esponente;
2. i termine della potenza si chiamano **base** ed **esponente**; il risultato si chiama **valore della potenza**.

Le proprietà fondamentali:

3. **il prodotto di due o più potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti;
4. **il quoziente di due o più potenze aventi la stessa base** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti;
5. **la potenza di una potenza** è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti;
6. **il prodotto di due o più potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il prodotto delle basi e per esponente lo stesso esponente;
7. **per elevare a potenza un prodotto** si possono elevare i singoli fattori al comune esponente e moltiplicare poi le potenze ottenute;
8. **il quoziente di due potenze aventi lo stesso esponente** è uguale ad una potenza che ha per base il quoziente delle basi e per esponente lo stesso esponente;
9. **per elevare a potenza un quoziente** si possono elevare dividendo e divisore al comune esponente e dividere poi le potenze ottenute;
10. una potenza di un qualunque numero, diverso da zero, con **esponente 0** è sempre uguale a 1;
11. una potenza con **esponente 1** è sempre uguale alla base;
12. una potenza con **base 1** è sempre uguale a 1 qualunque sia l'esponente;
13. una potenza con **base 0** è sempre uguale a 0 qualunque sia l'esponente purché diverso da 0;
14. una potenza con **base 0** ed esponente 0 non ha significato;
15. le espressioni con le potenze mantengono le stesse regole studiate a proposito delle espressioni con le quattro operazioni; l'unica avvertenza è che le potenze, essendo delle moltiplicazioni ripetute, si risolvono appena possibile.

La notazione scientifica dei numeri:

16. è possibile scrivere un numero con molti zeri trasformandolo in un prodotto tra due fattori dei quali uno è la potenza di 10 con esponente corrispondente alla quantità di zeri, e l'altro è formato dalla cifra o dalle cifre che non sono zero;
17. per elevare a potenza un numero decimale basta calcolare la potenza delle cifre significative senza virgola e poi mettere la virgola a sinistra della cifra che si ottiene contando a partire da destra verso sinistra tante cifre decimali quante sono le cifre decimali della base moltiplicate per l'esponente;
18. è possibile scrivere un numero decimale trasformandolo in un prodotto tra due fattori dei quali uno è la potenza di dieci con esponente negativo, corrispondente al numero delle cifre decimali, e l'altro è formato dalle cifre che non sono zero.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 Nell'operazione di elevamento a potenza:

- a. il fattore che si ripete si chiama
- b. il numero di volte che tale fattore si ripete si chiama
- c. il risultato dei vari prodotti si chiama

2 Completa la seguente definizione:

la potenza di un numero è il di tanti uguali alla quanti ne indica

3 Stabilisci quale delle seguenti affermazioni è vera.

Per calcolare il valore di una potenza basta:

- a. addizionare tra loro un numero di fattori (uguali alla base) pari all'esponente;
- b. moltiplicare tra loro un numero di fattori (uguali alla base) pari all'esponente;
- c. moltiplicare tra loro la base e l'esponente.

7 Completa la seguente proprietà:

il prodotto di due o più potenze aventi la stessa base è uguale ad una avente per base la e per esponente la degli esponenti.

8 Indica in quali delle seguenti uguaglianze è stata applicata correttamente la proprietà del prodotto di potenze con basi uguali:

- a. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3 \cdot 2}$;
- b. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2}$;
- c. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3-2}$.

9 Completa la seguente proprietà:

il quoziente di due o più potenze aventi la stessa base è uguale ad una avente per base la e per esponente la degli esponenti.

10 Indica in quali delle seguenti uguaglianze è stata applicata correttamente la proprietà del quoziente di potenze con basi uguali:

- a. $3^5 : 3^2 = 3^{5 \cdot 2}$;
- b. $3^5 : 3^2 = 3^{5+2}$;
- c. $3^5 : 3^2 = 3^{5-2}$.

11 Completa la seguente proprietà:

la potenza di una potenza è uguale ad una avente per base la e per esponente il degli esponenti.

12 Indica in quale delle seguenti uguaglianze è stata applicata correttamente la proprietà della potenza di una potenza:

- a. $(3^5)^2 = 3^{5 \cdot 2}$;
- b. $(3^5)^2 = 3^{5+2}$;
- c. $(3^5)^2 = 3^{5-2}$.

ESERCIZI DI ABILITÀ

7 Calcola il valore delle seguenti potenze particolari:

- a. 3^0 ;
- b. 0^5 ;
- c. 1^5 ;
- d. 0^0 ;
- e. 1^1 .

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

8 $[(6 \cdot 3 - 4^2) : (3^2 + 11 + 3 \cdot 2 - 5^2 + 1)]^3$.

9 $\{[(3 \cdot 2^3 + 1^3 - 2^2 \cdot 5) + 3 \cdot 2^4] : 53 + 7\} \cdot 3 - 4^2 - 1^5$.

10 $\{[(3^3 - 3 + 5) + (4^2 + 2^2 \cdot 3 + 15^0)] - 18\} : 2^3 + 0^3$.

11 $[(90 - 3^4 - 3^2) \cdot 3 \cdot 2^2 + 5^2] \cdot 2 - 7^2$.

12 $\{[(4 + 3^4 - 15) : 10 + 2^3]^2 : 45 + 3\}^2 + 1$.

13 $5 \cdot \{14 + [3^2 - 2 + (2^4 - 15 : 3) \cdot 3] : 10 + 2\} - 73$.

Risultati delle espressioni

8 1. **9** 7. **10** 5. **11** 1. **12** 65. **13** 27.

Risolvi i seguenti esercizi

15 Calcola il valore delle seguenti potenze applicando la proprietà relativa:

- a. $2^3 \cdot 2^3$;
- b. $3^3 \cdot 3^2$;
- c. $5^2 \cdot 5$.

17 Calcola il valore delle seguenti potenze applicando la proprietà relativa:

a. $2^5 : 2^3$; b. $3^6 : 3^4$; c. $5^8 : 5^5$.

19 Calcola il valore delle seguenti potenze di potenze:

a. $(2^2)^2$; b. $(3^2)^3$; c. $(4^2)^0$.

13 Calcola il valore dei seguenti prodotti di potenze con lo stesso esponente:

a. $2^3 \cdot 3^3$; b. $5^2 \cdot 2^2$; c. $10^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2$.

14 Calcola il valore dei seguenti quozienti di potenze aventi la stessa base:

a. $15^2 : 5^2$; b. $100^4 : 20^4$; c. $81^5 : 27^5 : 3^5$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando opportunamente le proprietà delle potenze.

21 $\{(4^6 : 4^4 + 2) : (2^5 : 2^4) \cdot 9\}^5 : (9^3)^4 : 9$.

22 $[1^3 + (2^5 - 3^3)^2 - (4^3 : 4^2) \cdot 3] : 7$.

23 $[(3^5 \cdot 3^2)^3 : (3^{10} : 3^6)^4] : 3^3$.

24 $(2^2 + 3^2 - 1^6) : (2^2 \cdot 3 + 2 \cdot 2^2 - 2^6 : 2^2)$.

Risultati delle espressioni

21 81. **22** 2. **23** 9. **24** 3.

15 $[(2^3 \cdot 3^3)^8 \cdot [(2^6 \cdot 2^4 \cdot 2^2)^2] : (4^{10} : 4^4)^4 : [(15^6 : 5^6)]^4$.

16 $[(3^8 : 3^6) - 2^3] \cdot [(5^4 \cdot 5^5) : (5^4 \cdot 5^3)] : (2^2 + 1)$.

Risultati delle espressioni

15 1. **16** 5.

1 Semplifica le seguenti potenze applicando le relative proprietà (lascia il risultato nella forma base-esponente):

a. $\{(9^5)^4 : [(9^3)^2]^2 : (9^2)^3\}^4$; b. $\{[(2^4)^3]^2 : (2^4)^5 \cdot 2^3\}^2 : \{[(2^2)^3]\}^0$; c. $[(5^2)^3 \cdot (5^5)^2]^2 : [(5^3)^4 : (5^2)^2]^4$.

Risultati

1 a. 9^8 ; b. 2^{14} ; c. 1.

LA DIVISIBILITÀ

I multipli e divisori di un numero:

1. i **multipli** di un numero sono costituiti dall'insieme dei prodotti ottenuti moltiplicando quel numero per la successione dei numeri naturali;
2. se un numero diviso per un altro numero dà per resto 0, allora il secondo numero è un **divisore** del primo e il primo è divisibile per il secondo;
3. per trovare i divisori di un numero, si può dividerlo per la successione decrescente dei numeri naturali a partire dal numero stesso fino a 1. I quozienti esatti ($r = 0$) rappresentano i divisori del numero;
4. un numero **divisibile per 2** ha l'ultima cifra pari;
5. un numero **divisibile per 5** termina con zero o con 5;
6. un numero **divisibile per 3** (o per 9) ha la somma delle sue cifre divisibile per 3 (o per 9);
7. un numero **divisibile per 11** ha la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e quella di posto pari 0 o un multiplo di 11;
8. un numero **divisibile per 10, 100, 1000** termina rispettivamente con uno, due tre zeri;
9. un numero **divisibile per 4 e per 25** ha le ultime due cifre che formano un numero multiplo di 4 o di 25 oppure sono due zeri.

La scomposizione in fattori primi:

10. un numero **primo** è divisibile solo per 1 e per se stesso;
11. un numero **composto** è divisibile non solo per 1 e per se stesso, ma anche per qualche altro numero;
12. i **fattori primi** sono i numeri primi che, moltiplicati tra di loro, danno il numero in esame;
13. la **scomposizione in fattori primi** o **fattorizzazione** è l'operazione che ci permette di scrivere un numero composto come prodotto di fattori primi;

14. per **scomporre un numero in fattori primi** si eseguono le divisioni successive tra il numero stesso e i suoi divisori primi fino ad ottenere come quoziente il numero 1; i divisori primi che compaiono più di una volta si scrivono sotto forma di potenza.

Il Massimo Comune Divisore (M.C.D.) e minimo comune multiplo (m.c.m.):

15. il **M.C.D.** di due o più numeri è il maggiore tra i divisori comuni ai numeri dati;
16. se due o più numeri sono tali che il minore di essi è divisore di ciascuno degli altri, quest'ultimo è il M.C.D. dei numeri dati;
17. due o più numeri sono **primi tra loro** se hanno 1 come M.C.D.;
18. per calcolare il M.C.D. di due o più numeri, con il metodo della scomposizione in fattori primi, si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si moltiplicano tra di loro tutti i fattori comuni, presi ciascuno una sola volta e con l'esponente minore;
19. il **m.c.m.** di due o più numeri è il minore tra i multipli comuni ai numeri stessi;
20. se due o più numeri sono tali che il maggiore di essi è multiplo di ciascuno degli altri, quest'ultimo è il m.c.m. dei numeri dati;
21. per calcolare il m.c.m. di due o più numeri, con il metodo della scomposizione in fattori primi, si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si moltiplicano tra di loro tutti i fattori comuni e non comuni, presi ciascuno una sola volta e con l'esponente maggiore.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

- 1** Completa la seguente definizione:
i multipli di un numero sono costituiti dall'insieme dei ottenuti moltiplicando quel numero per la dei numeri
- 2** Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
 a. i multipli di un numero sono infiniti;
 b. il 5 non è multiplo di 5;
 c. i multipli di 2 costituiscono l'insieme dei numeri pari.
- | | |
|---|---|
| V | F |
| V | F |
| V | F |
- 3** Completa la seguente definizione:
se un numero diviso per un altro numero dà resto zero ($r = 0$), diremo che il secondo è un del primo e che il primo è per il secondo.
- 5** Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:
 a. un numero divisibile per 2 o per 3 è sempre divisibile per 6;
 b. tutti i numeri divisibili per 2 sono anche divisibili per 4;
 c. se un numero è divisibile per 3 e per 4 è anche divisibile per 6;
 d. se un numero è divisibile per 2 e per 5 è anche divisibile per 10;
- | | |
|---|---|
| V | F |
| V | F |
| V | F |
| V | F |
- e. tutti i multipli di 15 sono divisibili sia per 3 che per 5;
 f. tutti i multipli di 12 sono divisibili sia per 3 che per 4.
- | | |
|---|---|
| V | F |
| V | F |
- 10** Completa le seguenti definizioni:
 a. un numero si dice primo quando è divisibile solo per e per;
 b. un numero si dice composto quando è divisibile non solo per e per, ma anche per qualche altro
- 12** Indica, sottolineandoli, quali fra i seguenti numeri sono primi:
2; 4; 5; 8; 12; 13; 15; 17; 19; 21; 27; 31.
- 13** Indica, sottolineandoli, quali fra i seguenti numeri sono composti:
3; 6; 7; 9; 10; 11; 14; 16; 18; 20; 22; 23.
- 16** Completa le seguenti definizioni:
 a. il M.C.D. di due o più numeri è il tra i comuni ai numeri dati;
 b. il m.c.m. di due o più numeri è il tra i comuni ai numeri dati.
- 17** Indica quale delle seguenti affermazioni è quella corretta:
 a. dati due o più numeri non sempre esiste il loro M.C.D.;
 b. due o più numeri si dicono primi tra di loro se hanno 2 come M.C.D.;
 c. se due o più numeri sono tali che il minore di essi è divisore di ciascuno degli altri, quest'ultimo numero è il M.C.D. dei numeri dati.
- 18** Indica quale delle seguenti affermazioni è quella corretta:
 a. se due o più numeri sono tali che il minore di essi è multiplo di ciascuno degli altri, quest'ultimo numero è il m.c.m. dei numeri dati;
 b. se due numeri sono primi tra loro il m.c.m. è il loro prodotto;
 c. è la stessa cosa dire che due numeri sono primi e che sono primi tra loro.
- 20** Completa le seguenti definizioni:
 a. per calcolare il M.C.D. di due o più numeri col metodo della scomposizione in fattori primi si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si fra di loro tutti i fattori, presi ciascuno una sola volta e con l'esponente
 b. per calcolare il m.c.m. di due o più numeri col metodo della scomposizione in fattori primi si scompongono i numeri dati in fattori primi, poi si fra di loro tutti i fattori, presi ciascuno una sola volta e con l'esponente

ESERCIZI DI ABILITÀ =

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri

01	40; 20; 30	27; 6; 15	[120; 270]
02	15; 25; 40	35; 30; 20	[600; 420]
03	24; 42; 18	14; 63; 12	[504; 252]
05	90; 12; 200	216; 48; 18	[1800; 432]
06	60; 40; 45	616; 196; 2156	[360; 4312]

LE OPERAZIONI CON LE FRAZIONI

Le frazioni:

1. la **frazione** è un particolare strumento matematico che permette di dividere in parti uguali una certa quantità o un certo numero di oggetti;
2. l'**unità frazionaria** rappresenta una sola delle parti uguali in cui è diviso l'intero;
3. le **frazioni proprie** hanno il numeratore minore del denominatore;
4. le **frazioni improprie** hanno il numeratore maggiore del denominatore;
5. le **frazioni apparenti** hanno il numeratore multiplo del denominatore;
6. per comprendere come opera una frazione su una grandezza devi applicare il **metodo grafico**. Esso consiste nella rappresentazione degli elementi noti per mezzo di disegni di grandezza opportuna volti a favorire la lettura e l'interpretazione delle relazioni esistenti tra i dati. Occorre in altre parole procedere secondo uno schema logico che può essere sintetizzato in tre passaggi:
 - disegno;
 - corrispondenza tra i dati e il numero delle parti degli stessi;
 - calcolo delle singole parti.

Le frazioni equivalenti:

7. due o più frazioni sono **equivalenti** se, operando sulla stessa grandezza, ne rappresentano una parte sempre uguale;
8. **proprietà invariante**: se si moltiplicano o si dividono, se ciò è possibile, per uno stesso numero diverso da zero, entrambi i termini di una frazione si ottiene una frazione equivalente alla data;
9. una frazione è **riducibile** se numeratore e denominatore ammettono divisori comuni;
10. una frazione è **ridotta ai minimi termini** o **irriducibile** se il numeratore e il denominatore sono primi tra loro;

11. **ridurre una frazione ai minimi termini** significa trasformarla in un'altra frazione equivalente ed irriducibile;
12. per **ridurre una frazione ai minimi termini** basta dividere numeratore e denominatore per il loro M.C.D;
13. per **trasformare una frazione in un'altra di denominatore assegnato**, basta moltiplicare entrambi i termini della frazione per il quoto tra il denominatore assegnato e quello della frazione data;
14. per **ridurre due o più frazioni al m.c.d.** si riducono le frazioni ai minimi termini (se necessario); si calcola il m.c.m. dei denominatori; si divide il m.c.d. per il denominatore di ciascuna frazione; si moltiplicano i termini di ogni frazione per i quoti precedentemente ottenuti;
15. se due frazioni hanno i denominatori uguali e i numeratori diversi, la maggiore è quella che ha il numeratore maggiore;
16. se due frazioni hanno i denominatori disuguali, dopo averle ridotte allo stesso denominatore, è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.

Le operazioni con le frazioni:

17. la **somma di due o più frazioni aventi lo stesso denominatore** è una frazione che ha come denominatore lo stesso denominatore e come numeratore la somma dei numeratori;
18. per eseguire la **somma di due o più frazioni non aventi lo stesso denominatore** è necessario ridurle tutte allo stesso m.c.d. ed applicare poi la regola precedente;
19. la **differenza tra due frazioni**, la prima maggiore o uguale alla seconda, **aventi lo stesso denominatore**, è una frazione che ha lo stesso denominatore e come numeratore la differenza dei numeratori;
20. per eseguire la **differenza tra due frazioni**, la prima maggiore o uguale alla seconda, **non aventi lo stesso denominatore**, è necessario ridurle allo stesso m.c.d. ed applicare poi la regola precedente;
21. i **numeri misti** sono costituiti dalla somma di un numero intero e di una frazione propria;
22. un numero misto si può trasformare in una frazione impropria avente per numeratore il prodotto del denominatore della frazione per il numero intero più il numeratore della frazione e per denominatore il denominatore stesso della frazione;
23. la **frazione complementare** di una frazione propria ha per denominatore quello della frazione data e per numeratore la differenza tra il denominatore e il numeratore della frazione;
24. il **prodotto di due frazioni** è una frazione avente per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori;
25. in una moltiplicazione di frazioni si può semplificare "in croce" il numeratore di una con il denominatore dell'altra;
26. il prodotto di due frazioni **reciproche o inverse** è uguale a 1;
27. per scrivere l'inversa di una frazione basta **invertire** il numeratore con il denominatore;
28. per **dividere** due frazioni basta moltiplicare la prima per l'inversa della seconda;
29. la **potenza** di una frazione è una frazione che ha per numeratore la potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore.

ESERCIZI DI CONOSCENZA

1 Completa la seguente definizione:

l'unità frazionaria $\frac{1}{n}$ (con $n \neq \dots$) rappresenta una sola delle ... parti in cui è stato diviso

2 Quale unità frazionaria rappresenta la parte colorata dei seguenti segmenti?



3 Rispondi alle seguenti domande.

a. Qual è l'unità frazionaria che compone la frazione $\frac{5}{9}$?

b. Da quante unità frazionarie è composta la frazione $\frac{3}{11}$?

c. Quale frazione è composta da 4 unità frazionarie uguali a $\frac{1}{7}$?

4 Indica quale delle seguenti affermazioni è sbagliata.

Nella frazione $\frac{3}{4}$:

- il numero 3 rappresenta il numeratore;
- il numero 4 rappresenta il denominatore;
- la linea che si trova fra i due numeri prende il nome di linea di divisione.

6 Completa la seguente definizione:

la frazione è un operatore che permette di dividere in tante parti, quante ne indica il, e di prenderne in considerazione quante ne indica il

8 Rispondi alle seguenti domande inserendo al posto dei puntini il termine corretto:

- una frazione si dice quando il numeratore è minore del denominatore;
- una frazione si dice impropria quando il numeratore è del denominatore;
- una frazione si dice apparente quando il numeratore è del denominatore.

9 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- le unità frazionarie sono frazioni improprie; V F
- le frazioni improprie rappresentano una parte di una grandezza che è maggiore della grandezza stessa; V F
- le frazioni apparenti rappresentano l'intero o un multiplo dell'intero; V F
- le frazioni proprie hanno il numeratore maggiore del denominatore. V F

10 Date le seguenti frazioni indica in nero le frazioni proprie, in blu le frazioni improprie e in rosso le frazioni apparenti:

$\frac{5}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{15}{5}$, $\frac{13}{6}$, $\frac{20}{10}$, $\frac{2}{3}$

13 Indica quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- le frazioni $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{4}$ sono equivalenti; V F
- si può ottenere una frazione equivalente alla frazione $\frac{7}{5}$ avente come denominatore 15; V F
- si può ottenere una frazione equivalente alla frazione $\frac{9}{2}$ avente come denominatore 11; V F
- le frazioni $\frac{5}{3}$ e $\frac{15}{9}$ sono equivalenti. V F

14 La proprietà invariantiva delle frazioni dice:

se si moltiplicano o si (se ciò è possibile) per uno numero, diverso da, entrambi i termini di una frazione, si ottiene una frazione a quella data.

15 Stabilisci se l'insieme delle frazioni assegnate formano o no una classe di equivalenza:

- $\left\{ \frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{15}{9}, \frac{20}{12}, \frac{25}{15}, \dots \right\}$ SI NO
- $\left\{ \frac{8}{3}, \frac{16}{6}, \frac{24}{9}, \frac{32}{12}, \frac{40}{15}, \dots \right\}$ SI NO
- $\left\{ \frac{4}{5}, \frac{8}{5}, \frac{12}{10}, \frac{16}{20}, \frac{20}{25}, \dots \right\}$ SI NO

16 Completa le seguenti definizioni:

- una frazione si dice riducibile se numeratore e denominatore ammettono
- una frazione è ridotta ai minimi termini o irriducibile se il numeratore e il denominatore sono

21 Inserisci al posto dei puntini il simbolo di maggiore, minore, uguale.

- $\frac{5}{9} \dots \frac{3}{2}$;
- $\frac{6}{7} \dots \frac{18}{21}$;
- $\frac{5}{3} \dots \frac{2}{3}$;
- $\frac{5}{8} \dots \frac{4}{7}$.

ESERCIZI DI ABILITÀ :

1 Completa la seguente tabella.

Frazione	Numeratore	Denominatore	Unità frazionaria	Numero unità frazionarie considerate
.....	3	5
$\frac{5}{7}$
.....	13 da $\frac{1}{25}$
$\frac{6}{13}$	$\frac{1}{13}$
.....	7	$\frac{1}{23}$

16 Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini mediante il metodo delle divisioni successive:

a. $\frac{15}{18}$; b. $\frac{12}{30}$; c. $\frac{72}{48}$.

20 Riduci allo stesso m.c.d. le seguenti coppie di frazioni:

a. $\frac{3}{4}$ e $\frac{7}{12}$; b. $\frac{18}{30}$ e $\frac{5}{20}$; c. $\frac{12}{18}$ e $\frac{15}{12}$.

22 Confronta le seguenti coppie di frazioni inserendo al posto dei puntini il simbolo di maggiore, minore o uguale:

a. $\frac{5}{3}$ $\frac{20}{12}$; b. $\frac{13}{9}$ $\frac{7}{9}$; c. $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{8}$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le frazioni.

29 $\frac{1}{5} : \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - \frac{8}{5} \right) \cdot \left(1 - \frac{7}{11} \right)$.

30 $\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4} - \frac{1}{8} \right) : \frac{13}{8} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \right)$.

31 $\left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(6 - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{2}{11} - \left(\frac{10}{9} + \frac{1}{4} \right) \right]^2$.

32 $\frac{4}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{9} + \frac{1}{4} : \left(\frac{1}{2} \right)^3 - \left(1 + \frac{5}{2} \right) - \frac{2}{3}$.

33 $\left(\frac{7}{2} + \frac{5}{3} \right) - \left[\left(\frac{1}{4} + 3 - \frac{1}{3} - \frac{13}{6} \right) - \left(1 - \frac{5}{9} \right) \right] - \frac{31}{12}$.

Risultati delle espressioni

29 $\frac{16}{33}$; **30** $\frac{23}{15}$; **31** 0; **32** $\frac{3}{10}$; **33** $\frac{41}{18}$.

Calcola il valore delle seguenti espressioni con le frazioni.

$$26 \quad \left\{ \left[\left(\frac{5}{3} + \frac{5}{4} \cdot 2 \right) : \frac{2}{3} - \left(4 + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{2}{3} \right] \cdot \frac{5}{3} - \frac{3}{4} \right\} \cdot \left[\left(2 - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{4} \right].$$

$$27 \quad \left[5 - \left(2 + \frac{12}{5} \right) : \left(6 - \frac{6}{5} \right) \right] : \left(2 - \frac{1}{2} \right) - \frac{49}{9} : 2 + \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} : \frac{3}{2} \right) : \frac{7}{6} \right] \cdot \frac{12}{21}.$$

$$28 \quad \left(\frac{17}{36} - 2 \cdot \frac{1}{9} \right) + \left[\left(2^3 + \frac{2}{5} + \frac{9}{4} - 9 \right) : \frac{3}{10} - \left(\frac{17}{6} - \frac{13}{30} \right) \cdot \frac{5}{4} \right] \cdot \frac{4}{9}.$$

$$29 \quad \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right] + \left[\frac{10}{3} - \frac{5}{3} - \left(1 - \frac{1}{6} \right) \right] - \left(\frac{1}{2} \right)^3 : \frac{1}{2}$$

Risultati delle espressioni

$$26 \quad \frac{3}{2}. \quad 27 \quad \frac{2}{3}. \quad 28 \quad \frac{49}{36}. \quad 29 \quad \frac{5}{3}.$$

Risolvi

$$261 \quad \left(\frac{7}{3} - \frac{11}{9} : \frac{2}{3} \right)^3 : \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10} \right) \times \frac{6}{5} \right]^2 \quad \left[\frac{2}{9} \right]$$

$$262 \quad \left[\left(1 + \frac{1}{2} \right)^2 - \left(1 - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^2 : \left[2 - \left(1 + \frac{1}{6} \right)^2 \right] - \frac{11}{23} : \frac{1}{11} + \frac{1}{10} \quad \left[\frac{11}{10} \right]$$

$$263 \quad \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)^2 \times \frac{6}{5} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) : \frac{1}{4} \right]^2 \times \left(\frac{5}{4} + \frac{17}{12} \right) \times \frac{1}{3} \quad [2]$$

$$264 \quad \left[\left(\frac{3}{8} \right)^2 : \left(1 + \frac{1}{8} \right) - \left(\frac{5}{4} - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^4 \right] : \left(\frac{1}{2} \right)^3 \quad [3]$$

$$265 \quad 3^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{20}{21} \times \left\{ \left[\left(\frac{1}{3} \right)^4 \times \left(\frac{4}{5} + \frac{7}{10} \right)^4 + \frac{1}{2^3} \right]^2 : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right)^2 - \frac{15}{4} \right\} \quad [10]$$

$$266 \quad \left(1 - \frac{1}{3} \right)^3 + \left[\left(\frac{1}{4} \right)^2 \times \left(\frac{2}{3} \right)^3 : \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right] : \frac{9}{8} \quad \left[\frac{2}{3} \right]$$

$$267 \quad \left[\left(1 + \frac{1}{2^3} \right)^2 : \left(1 + \frac{1}{2} \right)^3 : \left(1 - \frac{5}{2} : 4 \right) \right]^3 : \left[\left(1 + \frac{1}{5} \right)^2 \times \left(\frac{5}{6} \right)^3 + \left(2 - \frac{5}{6} \right) \right]^2 \quad \left[\frac{1}{4} \right]$$

GEOMETRIA

1. La misura delle grandezze

9 Completa le seguenti uguaglianze con le misure di lunghezza:

a. $341 \text{ cm} = \dots\text{m};$

b. $40 \text{ hm} = \dots\text{m};$

c. $1200 \text{ mm} = \dots\dots\text{dam};$

d. $628 \text{ dm} = \dots\text{dam};$

e. $89 \text{ dam} = \dots\text{dm};$

f. $7410 \text{ cm} = \dots\dots\text{dam}.$

10 Completa le seguenti uguaglianze con le misure di capacità:

a. $57 \text{ hl} = \dots\ell;$

b. $300 \text{ dl} = \dots\text{dal};$

c. $2 \text{ kl} = \dots\dots\text{dl};$

d. $264 \text{ dal} = \dots\ell;$

e. $1674 \text{ dl} = \dots\text{hl};$

f. $50 \text{ dl} = \dots\dots\text{hl}.$

11 Completa le seguenti uguaglianze con le misure di peso:

a. $65 \text{ dag} = \dots\text{g};$

b. $456 \text{ g} = \dots\dots\text{kg};$

c. $3200 \text{ mg} = \dots\text{g};$

d. $41 \text{ dg} = \dots\text{hg};$

e. $927 \text{ dag} = \dots\dots\text{kg};$

f. $9713 \text{ cg} = \dots\dots\text{dag}.$

2. I primi elementi

11.

Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro somma è 44 cm e che uno è triplo dell'altro.

12.

Un segmento è la metà di un altro segmento; calcola la loro lunghezza sapendo che la loro somma misura 63 dm.

13.

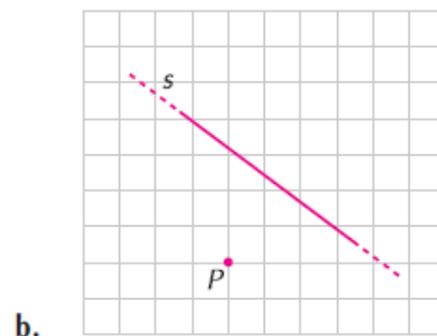
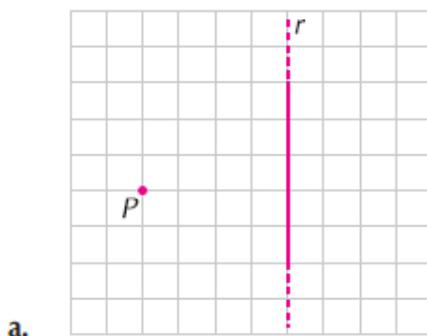
Calcola la misura di due segmenti sapendo che la loro somma e la loro differenza sono rispettivamente 57 dm e 7 dm.

RISULTATI Ex 11: 11 cm, 33 cm

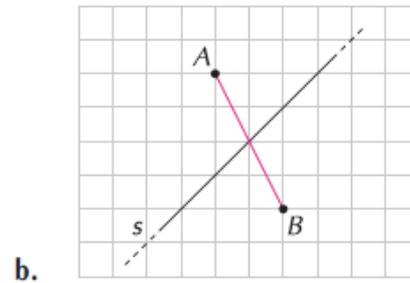
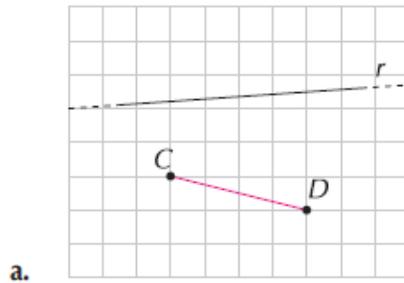
Ex 12 : 21dm , 42 dm Ex 13 25 dm, 32 dm

3 Le rette nel piano

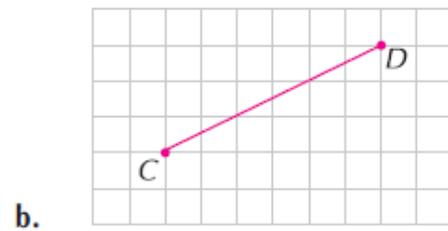
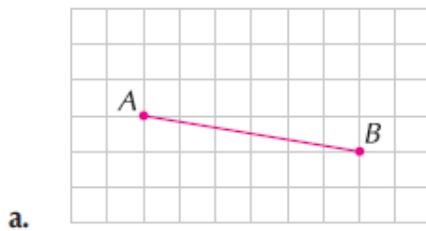
2 Traccia le perpendicolari alle rette date passanti per i punti indicati:



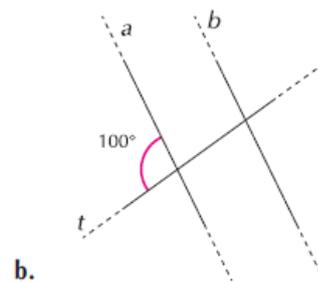
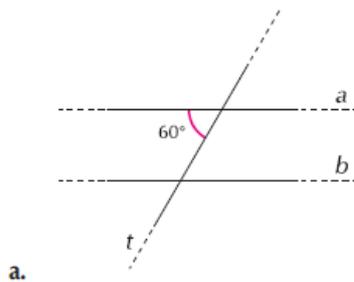
4 Traccia la proiezione dei seguenti segmenti sulle rette date:



7 Traccia gli assi dei seguenti segmenti:



9 Completa con la misura di tutti gli angoli formati dalle seguenti rette parallele tagliate dalla trasversale indicata.



4. I poligoni

4 Calcola l'ampiezza dell'angolo esterno di un poligono corrispondente ad un angolo interno con ampiezza 80° .

7 Due lati di un quadrilatero misurano 15 cm, 20 cm, mentre il terzo supera di 7 cm la misura del primo e il quarto è 9 cm inferiore alla misura del secondo. Calcola il perimetro del quadrilatero.

10 Il perimetro di un quadrilatero è 108 cm e tre dei suoi lati misurano rispettivamente 30 cm, 36 cm, 23 cm. Quanto è lungo il quarto lato?

11 Calcola la misura di due lati congruenti di un quadrilatero sapendo che gli altri due lati misurano rispettivamente 26 dm e 31 dm e il perimetro è 89 dm.

18 In un triangolo un angolo misura 120° ; calcola la misura degli altri due angoli sapendo che sono congruenti.

19 Un angolo di un quadrilatero misura 50° e altri due misurano rispettivamente la metà e il triplo del primo; calcola l'ampiezza del quarto angolo.

RISULTATI Ex 4 : 100° Ex 7: 68 cm Ex 10: 19 cm Ex 11: 16 dm Ex 18: 30° Ex 19: 135°

2 Calcola il perimetro di un quadrilatero sapendo che due lati sono congruenti e misurano ciascuno 33 cm e gli altri due sono lunghi rispettivamente 3 cm in più e 15 cm in meno di ciascun lato congruente.

- 7 Gli angoli di un quadrilatero sono tali che il primo misura 90° , il secondo supera il primo di 15° e il terzo supera il secondo di 22° . Calcola l'ampiezza del quarto angolo.

RISULTATI Ex2: 120 cm Ex 7: 38°

5. I triangoli

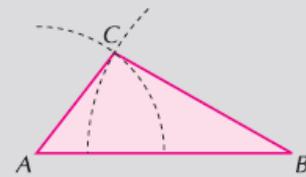
1 *Esercizio Guidato*

La costruzione geometrica di un triangolo

Disegna un triangolo che abbia le misure dei lati rispettivamente di 5 cm, 8 cm e 10 cm.

Svolgimento

- Disegniamo uno dei tre lati, ad esempio quello che misura 10 cm, e indichiamo con A e B i suoi estremi;
- centriamo in A con apertura di compasso uguale alla misura di uno degli altri due lati, ad esempio quello di 5 cm, e tracciamo un archetto;
- centriamo poi in con apertura uguale alla misura del e tracciamo un altro archetto;
- uniamo infine gli estremi A e B con il punto d'intersezione dei due archetti.



Nella figura ottenuta abbiamo dunque: $\overline{AB} = 10$ cm; $\overline{AC} = 5$ cm; $\overline{BC} = 8$ cm.

- Disegna un triangolo che abbia le misure dei lati rispettivamente di 6 cm, 12 cm e 9 cm.
- Il perimetro di un triangolo isoscele è 75 dm e la base misura 31 dm; calcola la misura del lato obliquo.
- Il perimetro di un triangolo equilatero è 63 cm; calcola la misura del lato.
- Il perimetro di un triangolo isoscele è 169 cm; calcola la misura della base sapendo che il lato obliquo misura 64 cm.
- Il perimetro di un triangolo isoscele è 89 cm; calcola la misura della base sapendo che la somma dei lati obliqui misura 48 cm.
- La somma e la differenza delle misure del lato obliquo e della base di un triangolo isoscele sono rispettivamente 18 cm e 2 cm. Calcola il perimetro del triangolo.
- In un triangolo isoscele l'angolo al vertice misura 86° ; calcola l'ampiezza degli angoli alla base.
- In un triangolo isoscele un angolo alla base misura 50° ; calcola l'ampiezza dell'angolo al vertice.
- In un triangolo rettangolo un angolo acuto misura 43° ; calcola l'ampiezza dell'altro angolo acuto.
- In un triangolo rettangolo la differenza degli angoli acuti è 24° ; calcola l'ampiezza degli angoli.

16

Calcola le misure dei lati di un triangolo isoscele sapendo che il lato obliquo è il doppio della base e che il perimetro è 75 cm.

- Calcola le misure degli angoli di un triangolo isoscele sapendo che l'angolo al vertice è triplo di ciascun angolo alla base.
- Calcola le misure degli angoli di un triangolo isoscele sapendo che l'angolo al vertice supera di 30° gli angoli alla base.

21 Calcola il perimetro di un triangolo rettangolo con un angolo acuto di 45° sapendo che l'ipotenusa misura 33,94 cm e un cateto è congruente al lato di un triangolo equilatero di perimetro 72 cm.

RISULTATI Ex 6: 22dm Ex 7: 21 cm Ex 8: 41cm Ex 9: 41cm Ex 11 47° Ex 12 80°
Ex 13: 47° Ex 14: 90° , 57° , 33° Ex 16: 30 cm, 30 cm , 15 cm
Ex 17 : 36° ; 36° ; 108° Ex 18: 50° ; 50° ; 80° Ex 21 : 81,94 cm