

# ARITMETICA

Ripasso sulle espressioni contenenti operazioni fra frazioni e potenze.

$$\left\{ \left[ \left( 1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right)^2 - \left( 2 - \frac{7}{4} \right)^2 \right] \div \left( \frac{5}{3} - \frac{1}{6} \right)^3 \right\}^2 \div \left( 1 - \frac{5}{9} \right)^2 =$$

[1]

$$\frac{1}{2} + \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{4}{3} \right)^4 \cdot \left( 1 - \frac{2}{7} \right)^4 \right]^2 \right\}^6 \div \left\{ \left[ \left( 3 + \frac{2}{3} \right)^8 \div \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{10} \right)^8 \right]^2 \right\}^3 =$$

$\left[ \frac{3}{2} \right]$

$$\left\{ \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^2 \right]^3 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^3 \right]^3 \div \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^3 \right]^4 \right\}^3 \div \left[ \left( \frac{1}{2} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^3 \right]^2 =$$

$\left[ \frac{1}{2} \right]$

$$\left\{ \left( \frac{1}{3} \right)^4 \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^5 \div \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right]^4 \right\}^3 \div \left( \frac{1}{2} \right)^0 =$$

$\left[ \frac{1}{27} \right]$

$$\left( 1 + \frac{1}{2} \right)^2 \div \frac{5}{4} + \frac{9}{5} \cdot \left( 2 - \frac{4}{3} \right)^2 - \left( 2 - \frac{3}{5} \right) \cdot \frac{1}{7} - \left( 1 - \frac{1}{2} \right)^3 \div \frac{5}{8} =$$

$\left[ \frac{11}{5} \right]$

$$\left\{ \left[ \left( \frac{7}{9} \right)^{14} \div \left( \frac{7}{9} \right)^{10} \right]^2 \div \left[ \left( \frac{7}{9} \right)^3 \cdot \frac{7}{9} \cdot \left( \frac{7}{9} \right)^3 \right] \right\} \div \frac{7}{9} =$$

[1]

$$\left\{ \left[ \left( \frac{19}{27} + 3 \right) \cdot \frac{16}{5} \right] \div \left[ \frac{11}{18} \cdot \left( 1 + \frac{31}{33} \right) \right] \right\}^2 \cdot \left( \frac{1}{10} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \right)^4 \div \left( \frac{1}{2} \right)^2 =$$

$\left[ \frac{3}{4} \right]$

$$\left\{ \left( \frac{15}{2^4} + \frac{21}{2^5} - 1 \right) \div \left[ \frac{3}{2^2} - \left( \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} \right) + \frac{5}{2^3 \cdot 3} \right] \right\} \div \frac{95}{74} + 2^2 =$$

$\left[ \frac{23}{5} \right]$

## I numeri razionali

Calcola il valore delle seguenti espressioni, dopo aver trasformato tutti i numeri decimali nelle corrispondenti frazioni generatrici.

$$[(1-0,\overline{8}):0,0\overline{7}+2]\times\frac{7}{3}+4,8\times\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right) \quad \left[\frac{49}{5}\right]$$

$$2,5+0,\overline{6}\times\left\{\left[0,75\times\frac{8}{5}-(1+0,2)\times(1-0,1\overline{6})\right]+0,1\overline{3}\right\}-\frac{13}{63}\times\frac{7}{2} \quad [2]$$

$$\frac{(3,2\overline{7}+2,\overline{2}-4,\overline{3}):0,\overline{7}}{4,\overline{2}\times 3-2,0\overline{5}\times 6} \quad \left[\frac{9}{2}\right]$$

$$\left|\frac{\left(0,2\times 2,\overline{3}+\frac{3}{5}\right):1,0\overline{6}}{\frac{1}{3}:0,2-2,2:3,\overline{6}}\right| \quad \left[\frac{15}{16}\right]$$

$$\left|\frac{(0,8:0,4\overline{8}+0,\overline{36}):4}{0,8\times\frac{5}{2}-\frac{33}{10}\times 0,\overline{45}}\right| \quad [1]$$

$$\left|\frac{(0,\overline{8}-0,3\overline{4}):0,7-\left[1-0,2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]}{[(3,5-1)\times 0,4+(1+0,2)]\times\frac{1}{3}}\right| \quad \left[\frac{4}{33}\right]$$

$$\left|\frac{(2-1,\overline{2}):0,\overline{7}+(2,\overline{3}-1):0,8}{\left[2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-(0,1)^2\times\frac{10}{3}\right]:0,\overline{7}}\right| \quad \left[\frac{40}{9}\right]$$

## La radice quadrata

Scrivi che numeri sono quelli di seguito elencati e a che insieme numerico appartengono:

0,333333.....

5,343434.....

0,3241414141.....

Trova il risultato e approssimalo alla seconda cifra decimale dove è necessario.

a)  $\sqrt[3]{\frac{72}{1000}}$

b)  $\sqrt{0.018}$

c)  $\sqrt[3]{17576}$

d)  $\sqrt[3]{4^{11}}$

**Calcola le radici quadrate dei seguenti numeri decimali (approssima i risultati ai centesimi).**

a)  $\sqrt{3,36} =$

b)  $\sqrt{5,9} =$

c)  $\sqrt{22,83} =$

**Calcola le seguenti radici applicando le proprietà.**

a)  $\sqrt{625 \cdot 49} =$

b)  $\sqrt{2500 : 100} =$

c)  $\sqrt[3]{64 \cdot 27 \cdot 216} =$

**Calcola la radice quadrata esatta senza l'utilizzo delle tavole (fammi vedere i passaggi che fai).**

a)  $\sqrt{625} =$

b)  $\sqrt{441} =$

**Risolvi le seguenti espressioni, tenendo conto dell'approssimazione richiesta.**

$$\left[ \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}} + \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{64} + \frac{1}{2}}} \right] : \left[ \frac{\sqrt[3]{\frac{8}{27} + \frac{6}{9} - \frac{15}{90}}}{\left( \frac{5}{10} + \frac{3}{9} \right)^2} \right]$$

$$\sqrt{\left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{6}{25} - \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right)^2 \right] : \left\{ \left[ \left( 1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{2} \right) : \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \right] : \left( 5 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{3} \right\} - \frac{1}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{\left[ \left( 1 - \frac{1}{3} \right)^2 - \left( 1 - \frac{1}{2} \right)^2 \right] : \left( 1 + \frac{1}{6} \right)}{\left[ \left( \frac{4}{3} - \frac{5}{6} \right)^2 + \left( 1 - \frac{2}{3} \right)^2 - \left( 3 - \frac{17}{6} \right)^2 \right]^3 : \left( \frac{2}{3} \right)^3}}$$

$$\sqrt{\left[\frac{1}{4} + \left(4 - \frac{15}{4}\right)^2\right] : \left[\frac{3}{8} : \frac{3}{2} + \left(2 - \frac{3}{2}\right)\right]} \cdot 15.$$

$$\sqrt{\left[\left(\frac{5}{3} + \frac{7}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7} \cdot \left(1 - \frac{1}{15}\right) - 2^0\right] : \left(\frac{2}{5}\right)^0} \cdot 3.$$

$$\sqrt{\frac{1 : \left\{ 1 : \left[ 1 : \left( 1 + \frac{1}{2} \right) \right] \right\} \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} \right)}{\left[ 2 \cdot \left( 1 - \frac{3}{4} \right) + \left( 2 - \frac{3}{2} \right)^2 \right] : \left[ \frac{1}{16} + \left( 2 - \frac{15}{8} \right) \right]}}.$$

Risultati:  $\frac{5}{2}$ ; 0,45;  $\frac{1}{2}$

## Rapporti e proporzioni

**23** Verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, se le seguenti scritture formano una proporzione:

**a.**  $15 : 45 = 12 : 36$ ;      **b.**  $22 : 15 = 56 : 40$ ;      **c.**  $32 : 50 = 48 : 75$ .

**27** Applica la proprietà dell'invertire alle seguenti proporzioni:

**a.**  $8 : 16 = 9 : 18$ ;      **b.**  $12 : 5 = 24 : 10$ ;      **c.**  $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3} : \frac{16}{9}$ .

**29** Applica la proprietà del permutare alle seguenti proporzioni:

**a.**  $20 : 26 = 30 : 39$       permuta i medi;  
**b.**  $15 : 18 = 20 : 24$       permuta gli estremi;  
**c.**  $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} : \frac{9}{10}$       permuta sia i medi che gli estremi.

**31** Applica la proprietà del comporre alla proporzione  $7 : 2 = 14 : 4$ .

**33** Applica la proprietà dello scomporre alla proporzione  $5 : \frac{3}{2} = \frac{15}{2} : \frac{9}{4}$ .

**Calcola il termine incognito nelle seguenti proporzioni.**

$$\frac{5}{16} : \frac{1}{9} = \frac{3}{8} : x$$

$$\frac{8}{10} : x = x : \frac{4}{5}$$

$$\frac{5}{7} : 3 = x : \frac{14}{15}$$

$$\frac{33}{10} : \frac{1}{2} = \frac{22}{9} : x$$

$$\frac{1}{9} : x = x : 49$$

$$\left[ \frac{1}{2} \cdot \left( 2 + \frac{1}{3} \right) \right] : x = x : \left[ \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{25}{15} + \frac{2}{3} \right) \right]$$

### Calcola il valore della x applicando la proprietà opportuna

$$(y + x) : x = 28 : 4; y + x = 64$$

$$(x : y = 29 : 58, y - x = 87$$

$$x : y = 25 : 13 \text{ con } x + y = 152$$

$$x : y = \frac{9}{5} : \frac{2}{15}, x - y = \frac{5}{4}$$

### Risolvi i seguenti problemi, applicando le proporzioni.

Nella classe del prof. Quattrocchi i maschi sono 4 in meno delle femmine e il rapporto è  $\frac{7}{9}$ .

Determina il numero degli alunni della classe. [32]

Due angoli complementari hanno un rapporto di 1 a 4. Determina le loro ampiezze. [18°, 72°]

Un segmento è medio proporzionale tra altri due segmenti lunghi rispettivamente 32cm e 8cm. Calcola la misura di tale segmento. [16cm]

All'apertura del salvadanaio di Sonia si sono contate 700 monete di cui alcune da 1 euro e altre da 2 euro. Sapendo che il loro rapporto è di 3 a 2, calcola quante monete da 2 euro Sonia deve aggiungere al totale delle monete possedute per avere lo stesso valore di sei banconote da 200 euro. [110]

In una fotografia c'è un vaso, un tavolo e una bicicletta. So che nella realtà il vaso è alto 20 cm e nella fotografia misura 4 cm. Puoi dire quanto sono alti nella realtà il tavolo e la bicicletta sapendo che nella foto il tavolo 20 cm e la bicicletta è alta 24 cm. Imposta le proporzioni e ricava i valori.

## Le applicazioni della proporzionalità

Individua quali scritture indicano una funzione di proporzionalità diretta tra le variabili x e y.

a)  $\square y = 4x - 1$

b)  $\square y = 2x$

c)  $\square 20 = \frac{y}{x}$

Individua quali scritture indicano una funzione di proporzionalità inversa tra le variabili x e y.

a)  $\square 18 = xy$

b)  $\square xy = \frac{2}{5}$

c)  $\square x = \frac{12}{7}y$

Completa le seguenti tabelle.

a)

$x$	0	1	5	7
$y = 3x$				

Dalle seguenti tabelle ricava le relazioni che esistono tra i valori di  $y$  e i corrispondenti valori di  $x$ .

a)

$x$	0	1	2	3	$\frac{10}{3}$
$Y$	1	4	7	10	11

$Y = \dots\dots\dots$

b)

$x$	1	2	$\frac{5}{2}$	5	6
$Y$	1	3	4	9	11

$Y = \dots\dots\dots$

Completa le tabelle applicando le funzioni date.

a)  $y = \frac{1}{4}x$

$x$	0	2	6	8	12	16
$y$						

b)  $y = \frac{18}{x}$

$x$	1	2	3	6	9	18
$y$	18					

c)  $y = \frac{3}{x}$

$x$	1	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{21}{5}$	5
$y$					

Completa le tabelle effettuando i calcoli e rispondi alle domande.

a)

$x$	6	10	8	20	12	24
$y$	3	5	4	10	6	12
Rapporto $\frac{y}{x}$	$\frac{3}{6} = \dots$	.....	.....	.....	.....	.....

- Il rapporto fra i valori di  $y$  e di  $x$  è costante?  
.....
- Le grandezze sono direttamente o inversamente proporzionali?

b)

$x$	1	3	4	12	8	24
$y$	24	8	6	2	3	1
Prodotto $x \cdot y$	$1 \cdot 24 =$ .....	.....	.....	.....	.....	.....

- Il prodotto fra i valori corrispondenti di  $y$  e  $x$  è costante?  
.....
- Le grandezze sono direttamente o inversamente proporzionali?  
.....
- La funzione è  $v = \frac{\dots}{\dots}$

Date le seguenti funzioni, per ciascuna di esse

- individua la costante di proporzionalità;
- predisponi e completa la tabella dei valori  $x$  e  $y$  ( 6 per ogni tabella);
- indica quale rappresentazione grafica otterresti riportando i valori delle tabelle su un piano cartesiano.

a)  $y = \frac{1}{2}x$                        $k = \dots\dots\dots$                       .....

b)  $y = \frac{4}{x}$                        $k = \dots\dots\dots$                       .....

## GEOMETRIA

### AREA DELLE FIGURE PIANE E APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI PITAGORA

1. Unendo i punti medi dei lati di un rettangolo si ottiene un rombo il cui perimetro misura 70cm e l'area  $294\text{cm}^2$ . Calcola il perimetro del rettangolo. [98cm]
2. Il punto medio dell'altezza di un trapezio rettangolo dista 20cm e 34cm dagli estremi del lato obliquo. Calcola la misura dell'area del trapezio sapendo che l'altezza AD misura 32cm.  
[672cm<sup>2</sup>]
3. Un trapezio isoscele ha l'area di  $304\text{cm}^2$ , l'altezza di 16cm e la differenza fra le basi di 12cm. Calcola la misura delle basi. [25cm, 13cm]  
Sia E il punto medio di AH e KF (le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore AB) un segmento lungo  $\frac{1}{3}$  di KB. Calcola l'area dei triangoli DEH e CKF. [24cm<sup>2</sup>; 16cm<sup>2</sup>]
4. In un giardino quadrato, avente l'area di  $1296\text{ m}^2$ , viene costruita una piscina rettangolare il cui perimetro è uguale ai  $\frac{2}{3}$  del perimetro del giardino. Calcola l'area della piscina sapendo che una dimensione è tripla dell'altra e il rapporto tra l'area della piscina e l'area del giardino. [432 cm<sup>2</sup>;  $\frac{1}{3}$ ]
5. L'area del rettangolo ABCD misura  $16940\text{cm}^2$  e la base è  $\frac{7}{5}$  dell'altezza. A quale distanza da C bisogna mettere il punto E in modo che l'area del trapezio ABDE sia  $\frac{3}{4}$  dell'area del rettangolo?  
[77cm]
6. Un parallelogrammo di altezza 8cm e base 16cm viene diviso in due parti da una retta parallela alla base in modo che si formino due parallelogrammi che hanno area un terzo dell'altro. Calcola la misura delle due altezze e qual è il loro rapporto. [2cm, 6cm,  $\frac{1}{3}$ ]
7. La base di un rettangolo misura 7,1cm e il suo perimetro 22,2cm. Un secondo rettangolo ha l'altezza di 8cm e il perimetro 23,9cm. Calcola l'area del rettangolo equivalente alla somma dei due rettangoli dati. [60cm<sup>2</sup>]



**8.** Il punto P divide il lato maggiore AD di un rettangolo in due segmenti lunghi 27cm e 36cm. Calcola il perimetro del triangolo PBC sapendo che l'area del rettangolo misura  $2835\text{cm}^2$ .  
[108cm]

**9.** Dato un quadrato con un'area di  $9,32\text{ cm}^2$ , calcola l'area di un triangolo isoscele avente la base equivalente al lato del quadrato + 2 cm e il lato obliquo pari ai  $\frac{7}{3}$  del lato del quadrato.  
N.B. il lato del quadrato approssimalo alla prima cifra decimale.

**10.** Calcola la misura del perimetro di un rettangolo avente l'area di  $500\text{ cm}^2$  e l'altezza che misura  $\frac{2}{10}$  della base.

**11.** La diagonale maggior di un rombo misura 80 m e la sua area è  $800\text{ m}^2$ . Calcola

- L'area del quadrato il cui lato è  $\frac{3}{2}$  della diagonale minore del rombo.
- La misura delle basi di un trapezio equivalente al quadrato sapendo che la misura dell'altezza è di 24 m e che la base minore è  $\frac{2}{3}$  della maggiore.

**12.** Un rombo e un rettangolo sono isoperimetrici. Una dimensione del rettangolo misura 18 cm e l'altra è  $\frac{5}{3}$  della prima. Calcola la misura del lato del rombo e l'area del rettangolo.

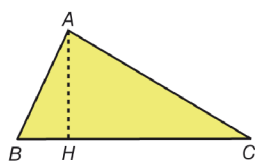
**13.** In un parallelogrammo le misure dei due lati consecutivi sono, in cm, il valore della seguente espressione per il primo lato:

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{9}{2} + \frac{1}{4}\right) : \left[\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{1}\right)^2 \times \frac{18}{5} + \frac{7}{4} - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{10}\right)^2 : \left(2 - \frac{3}{10}\right)^2\right]$$

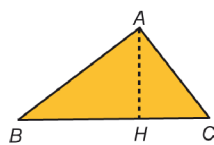
e di 6 cm per il secondo lato. Sapendo che l'altezza relativa al lato maggiore misura 2 cm, calcola la misura dell'altezza relativa al lato minore.

## SIMILITUDINI E TEOREMA DI EUCLIDE

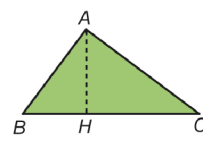
Calcola i dati mancanti in ciascuno dei triangoli rettangoli assegnati nei seguenti esercizi.



$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 30\text{cm} \\ \overline{BH} &= 10,8\text{cm} \\ \overline{AB} &= ? \\ \overline{AC} &= ?\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\overline{BH} &= 22,4\text{cm} \\ \overline{HC} &= 12,6\text{cm} \\ \overline{AH} &= ?\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\overline{AC} &= 60\text{cm} \\ \overline{HC} &= 48\text{cm} \\ \overline{BC} &= ? \\ \overline{AB} &= ?\end{aligned}$$

Completa le seguenti tabelle relative a dei triangoli rettangoli in C (le misure sono espresse in cm).

Ipotenusa $\overline{AB}$	Proiezione $\overline{AH}$	Proiezione $\overline{HB}$	Cateto $\overline{AC}$	Cateto $\overline{BC}$
15	5,4	$(\overline{AB} - \overline{AH}) = \dots\dots\dots$		
	18	3,2		
		3,6	7,2	

1. Nel trapezio isoscele ABCD la diagonale BD è perpendicolare al lato CD. Ciascun lato obliquo misura 72cm e la sua proiezione 43,2cm. Calcola area e perimetro del triangolo ABD.  
[967,68cm<sup>2</sup>]

2. L'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 48cm ed è  $\frac{12}{5}$  della proiezione di un cateto sull'ipotenusa. Calcola il perimetro del triangolo. [312cm]

3. In un triangolo rettangolo un cateto è  $\frac{4}{5}$  dell'ipotenusa e il perimetro è di 96 cm. Determinare l'ipotenusa e le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa. [40cm; 25,6cm; 14,4cm]

4. In un trapezio rettangolo la diagonale che misura 46,8cm è perpendicolare al lato obliquo. Calcola perimetro e area del trapezio, sapendo che la base minore è 43,2cm. [131,4cm; 845,1cm<sup>2</sup>]

5. L'altezza relativa all'ipotenusa divide il triangolo rettangolo ABC retto in A nei due triangoli AHB, la cui area è 38,4cm<sup>2</sup> e AHC. Calcola il perimetro del triangolo AHC sapendo che AH misura 12cm. [60cm<sup>2</sup>]