# I numeri razionali

**I numeri razionali:**

1. la frazione **generatrice** è la frazione che dà origine ad un numero decimale;
2. dividendo il numeratore per il denominatore di una frazione otteniamo un numero **naturale** se la frazione è apparente, un numero **decimale** se la frazione non è apparente;
3. un numero è **decimale finito** se dividendo il numeratore per il denominatore si ottiene come resto zero;
4. una frazione **decimale** ha per denominatore una potenza di dieci; tutte le altre frazioni si dicono **ordinarie**;
5. una frazione che ha il denominatore composto esclusivamente dai fattori primi 2 e 5 (o da una loro potenza) si trasforma sempre in un numero decimale limitato;
6. un numero è decimale **periodico semplice** se, dividendo il numeratore per il denominatore, si ottiene, dopo la parte intera, una cifra (o un gruppo di cifre) che si ripete all'infinito; la cifra che si ripete si chiama **periodo**;
7. un numero è decimale **periodico misto** se, dividendo il numeratore per il denominatore, si ottiene, dopo la parte intera, una cifra (o un gruppo di cifre) che non si ripete e una cifra (o un gruppo di cifre) che si ripete all'infinito; la cifra (o il gruppo di cifre) che si ripete si chiama **periodo**, la cifra (o le cifre) che non si ripete si chiama **antiperiodo**;
8. una frazione che ha il denominatore composto da fattori primi diversi da 2 e da 5 si trasforma sempre in un numero decimale **periodico semplice**;
9. una frazione che ha il denominatore composto da altri fattori primi oltre il 2 e il 5 si trasforma sempre in un numero decimale **periodico misto**;
10. **il valore approssimato per difetto o troncamento** di un numero decimale si ottiene prendendo la cifra corrispondente all'approssimazione considerata e fermando ad essa il numero;
11. **il valore approssimato per eccesso** di un numero decimale si ottiene prendendo la cifra corrispondente all'approssimazione considerata, aumentandola di una unità, e fermando ad essa il numero.

**La frazione generatrice:**

12. la frazione **generatrice** di un numero **decimale finito** è una frazione che ha per numeratore il numero stesso senza virgola e per denominatore una potenza di 10 di esponente uguale al numero delle cifre decimali del numero considerato;
13. la frazione **generatrice** di un numero **decimale periodico semplice** è una frazione avente per numeratore il numero ottenuto dalla differenza tra tutto il numero, compreso il periodo e senza virgola, e la sua parte intera e per denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo;
14. la frazione **generatrice** di un numero **decimale periodico misto** è una frazione avente per numeratore il numero ottenuto dalla differenza tra tutto il numero, compreso il periodo e l'antiperiodo e senza la virgola, e il numero formato dalle cifre che precedono il periodo, compreso l'antiperiodo e senza virgola, e per denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo;
15. un numero **decimale periodico semplice** di periodo uguale a 9 dà origine ad una frazione generatrice apparente a cui corrisponde un numero intero;
16. un numero **decimale periodico misto** di periodo uguale a 9 dà origine ad una frazione generatrice cui corrisponde un numero decimale finito.

**Le operazioni e le espressioni con i numeri decimali:**

17. se le espressioni da calcolare contengono esclusivamente numeri decimali finiti si possono eseguire i calcoli in due modi diversi:
    - mediante le regole del calcolo con i numeri decimali evitando la trasformazione nelle corrispondenti frazioni generatrici;
    - trasformando prima i numeri decimali finiti nelle corrispondenti frazioni generatrici e poi applicando le regole relative al calcolo con le frazioni;
18. per la risoluzione di un'espressione con numeri decimali finiti e periodici si devono trasformare i numeri in frazioni; valgono poi le stesse regole utilizzate nel calcolo con le frazioni.

# La radice quadrata

## Il concetto di radice quadrata e le proprietà:

1. l'operazione di **estrazione di radice** o più semplicemente **radice** è l'operazione inversa dell'operazione di elevamento a potenza che ci consente di calcolare la **base** conoscendo l'**esponente** e il **valore della potenza**;
2. la **radice quadrata** di un numero (**radicando**) è quel numero che elevato al quadrato (ossia moltiplicato per se stesso) dà come risultato il radicando stesso;
3. la **radice quadrata di un prodotto** è uguale al prodotto delle radici quadrate dei suoi fattori;
4. la **radice quadrata di un quoziente** è uguale al quoziente delle radici quadrate del dividendo e del divisore;
5. un numero intero è un **quadrato perfetto** se tutti gli esponenti dei fattori primi ottenuti dalla sua scomposizione sono pari; in tal caso la radice quadrata si ottiene dal prodotto degli stessi fattori primi con gli esponenti dimezzati;
6. la **radice quadrata approssimata per difetto a meno di una unità** è il numero intero più grande che elevato alla seconda si avvicina di più al numero considerato senza superarlo;
7. la **radice quadrata approssimata per eccesso a meno di una unità** è il numero intero più piccolo che elevato alla seconda si avvicina di più al numero considerato restandogli maggiore.

## Il calcolo della radice quadrata mediante le tavole numeriche:

8. se il **radicando ha un valore compreso tra 1 e 1000** si deve individuare il numero sulla colonna $n$ e scorrere le tavole sulla stessa riga in corrispondenza della colonna $\sqrt{n}$;
9. se il **radicando ha un valore compreso tra 1001 e 1000000** si possono presentare due casi:
   a. **il numero si trova nella colonna $n^2$**: il numero è dunque un quadrato perfetto e basta scorrere le tavole sulla stessa riga in corrispondenza della colonna $n$;
   b. **il numero non si trova nella colonna $n^2$**: il numero non è un quadrato perfetto e bisogna ricorrere ad una approssimazione;

10. se il **radicando è un numero decimale** si deve determinare la radice quadrata del numero intero ottenuto da quello decimale togliendo la virgola, moltiplicandolo cioè per 100, 10000; il risultato ottenuto deve essere diviso per la radice quadrata dello stesso valore per cui abbiamo moltiplicato il radicando per ottenere il numero intero.

# Rapporti e proporzioni

**I rapporti:**

1. il **rapporto** fra due valori numerici è costituito dal loro quoziente;
2. **moltiplicando** o **dividendo l'antecedente** e il **conseguente** per lo stesso numero, diverso da zero, si ottiene un rapporto equivalente a quello dato;
3. il **rapporto fra due grandezze omogenee** è il quoziente tra le loro misure espresse con la stessa unità di misura e dà origine ad un **numero puro**;
4. due grandezze **commensurabili** hanno per rapporto un numero intero o un numero razionale e quindi ammettono un sottomultiplo comune;
5. due grandezze **incommensurabili** hanno per rapporto un numero irrazionale e quindi non ammettono un sottomultiplo comune;
6. il **rapporto fra due grandezze non omogenee** dà origine ad una **grandezza derivata**, diversa cioè da quelle date, il cui valore dipende dalla scelta delle unità di misura delle due grandezze date;
7. la **scala di riduzione** rappresenta il rapporto tra la misura di una distanza sulla carta e la misura della stessa distanza nella realtà.

**Le proporzioni e le loro proprietà:**

8. una **proporzione** è un'uguaglianza tra due rapporti;
9. le **proporzioni continue** hanno i medi uguali;
10. in ogni proporzione **il prodotto dei medi è sempre uguale al prodotto degli estremi**;
11. **proprietà dell'invertire**: se in una proporzione si scambia ogni antecedente con il proprio conseguente si ha ancora una proporzione;
12. **proprietà del permutare**: se in una proporzione si scambiano di posto i due medi (o i due estremi oppure entrambi) si ha ancora una proporzione;
13. **proprietà del comporre**: in una proporzione la somma del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo termine) come la somma tra il terzo e il quarto termine sta al terzo (o al quarto termine);
14. **proprietà dello scomporre**: in una proporzione la differenza del primo e del secondo termine sta al primo (o al secondo termine) come la differenza tra il terzo e il quarto termine sta al terzo (o al quarto termine);
15. in una proporzione con un termine incognito, per calcolare il valore:
    - a. **di un estremo** bisogna moltiplicare i due medi e dividere il prodotto ottenuto per l'altro estremo;
    - b. **di un medio** bisogna moltiplicare i due estremi e dividere il prodotto ottenuto per l'altro medio;
    - c. **del medio proporzionale** (proporzione continua) bisogna moltiplicare i due estremi ed estrarre la radice quadrata del prodotto ottenuto;
16. per calcolare i **due termini incogniti in una proporzione** di cui si conosce il **rapporto** e la **somma** bisogna applicare la proprietà del comporre e sostituire il valore della somma;
17. per calcolare i **due termini incogniti in una proporzione** di cui si conosce il **rapporto** e la **differenza** bisogna applicare la proprietà dello scomporre e sostituire il valore della differenza.

# Le applicazioni della proporzionalità

**La proporzionalità diretta ed inversa:**

1. una grandezza è **costante** quando mantiene sempre lo stesso valore;
2. una grandezza è **variabile** quando il suo valore muta nel tempo;
3. due variabili sono **interdipendenti** quando il variare della prima modifica il valore della seconda: la variabile **indipendente** si indica generalmente con la lettera $x$; la variabile **dipendente** si indica generalmente con la lettera $y$;
4. una grandezza $y$ è **direttamente proporzionale** ad un'altra $x$ se il rapporto fra $y$ e $x$ è costante. In simboli: $y : x = k$ ($k$ si chiama **coefficiente di proporzionalità diretta**);
5. una grandezza $y$ è **inversamente proporzionale** ad un'altra $x$ se il prodotto fra $y$ e $x$ è costante. In simboli: $y \cdot x = k$ ($k$ si chiama **coefficiente di proporzionalità inversa**).

# GEOMETRIA

## I QUADRILATERI

**I quadrilateri:**

1. il **perimetro** di un quadrilatero si indica con **2*p*** ed è la somma delle misure dei suoi quattro lati;
2. un **quadrilatero** ha 2 diagonali, 4 vertici, 4 angoli e 4 lati;
3. un **quadrilatero** ha la somma degli **angoli interni** pari alla misura di due angoli piatti cioè **360°**;
4. in un **quadrilatero** la somma tra l'angolo interno e il corrispondente angolo esterno è pari a **180°**;
5. un **quadrilatero** ha ogni lato minore della somma degli altri tre lati.

**I quadrilateri particolari:**

6. un **trapezio** ha due lati opposti paralleli e gli angoli adiacenti ad uno stesso lato obliquo supplementari;
7. un **trapezio rettangolo** ha un lato obliquo perpendicolare alle due basi;
8. un **trapezio isoscele** ha i due lati obliqui, le proiezioni dei lati obliqui sulla base maggiore e le diagonali congruenti;
9. un **parallelogrammo** ha i lati opposti congruenti e paralleli, gli angoli opposti congruenti, gli angoli consecutivi supplementari e le diagonali che si dimezzano scambievolmente a metà;
10. un **rettangolo** ha quattro angoli retti e le diagonali congruenti;
11. un **rombo** ha quattro lati congruenti, le diagonali fra loro perpendicolari e bisettrici dei rispettivi angoli;
12. un **quadrato** ha tutti i lati congruenti, quattro angoli retti, le diagonali congruenti e perpendicolari.

# IL TEOREMA DI PITAGORA E LE SUE APPLICAZIONI

**L'enunciato del teorema di Pitagora:**

1. **teorema di Pitagora:** in un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti; formule: $i = \sqrt{c^2 + C^2}$; $C = \sqrt{i^2 - c^2}$; $c = \sqrt{i^2 - C^2}$;
2. una **terna pitagorica** è un insieme di tre numeri interi corrispondenti alle misure dei lati di un triangolo rettangolo e quindi legati tra loro dalla relazione espressa dal teorema di Pitagora;
3. una **terna pitagorica primitiva** è una terna di numeri $a$, $b$, $c$, primi tra loro con i quali è verificata la relazione: $a^2 = b^2 + c^2$;
4. una **terna pitagorica derivata** è una terna di numeri ottenuta moltiplicando una terna primitiva per uno stesso fattore diverso da zero.

**Le applicazioni del teorema di Pitagora:**

5. un **triangolo isoscele** è diviso dall'altezza relativa alla base in due triangoli rettangoli congruenti;
6. un **triangolo equilatero** è diviso dall'altezza relativa ad uno qualunque dei suoi lati in due triangoli rettangoli congruenti;
7. un **quadrato** è diviso da una diagonale in due triangoli rettangoli isosceli congruenti;
8. un **rettangolo** è diviso dalla diagonale in due triangoli rettangoli congruenti;
9. un **rombo** è diviso dalle due diagonali in quattro triangoli rettangoli congruenti;
10. un **parallelogrammo** è diviso dall'altezza relativa ad un lato in un triangolo rettangolo e in un trapezio rettangolo;
11. un **trapezio rettangolo** è diviso dall'altezza in un rettangolo e in un triangolo rettangolo;
12. un **trapezio isoscele** è diviso dalle due altezze in un rettangolo e in due triangoli rettangoli congruenti;

## TRASFORMAZIONI ISOMETRICHE e PIANO CARTESIANO

**La congruenza:**

1. i **movimenti rigidi** sono quelle trasformazioni geometriche del piano che lasciano inalterate forma ed estensione delle figure;
2. i **movimenti rigidi diretti** sono quelle trasformazioni che si compiono nel piano in cui si trovano le figure da sovrapporre: in questo caso tali figure sono **direttamente congruenti**;
3. i **movimenti rigidi inversi** sono quelle trasformazioni che si compiono uscendo dal piano in cui si trovano le figure da sovrapporre: in questo caso tali figure sono **inversamente congruenti**.

**La traslazione:**

4. la **traslazione è un movimento isometrico diretto** del piano determinato da un **vettore** che fissa modulo, direzione e senso di spostamento;

**Le simmetrie:**

10. la **simmetria assiale è un movimento isometrico inverso** del piano che fa corrispondere ad un punto $A$ un punto $A'$ posto alla stessa distanza dall'asse ma dalla parte opposta rispetto ad esso;

# TRASFORMAZIONI NON ISOMETRICHE

## L'omotetia:

1. le **trasformazioni non isometriche** sono quelle trasformazioni in seguito alle quali le figure non restano congruenti;
2. l'**omotetia diretta** è la corrispondenza che si stabilisce tra i punti del piano posti sulla stessa retta e dalla stessa parte rispetto ad un punto detto **centro dell'omotetia** secondo un **rapporto** costante $k$ (detto anche **caratteristica**);
3. l'**omotetia inversa** è la corrispondenza che si stabilisce tra i punti del piano posti sulla stessa retta e da parti opposte rispetto ad un punto detto **centro dell'omotetia** secondo un rapporto costante;
4. l'**omotetia diretta** o **inversa** mantiene il **parallelismo tra i lati** lasciando inalterata l'**ampiezza degli angoli**; cambiano le **misure dei lati** corrispondenti secondo un **rapporto costante** uguale alla **caratteristica**;
5. le dimensioni di una figura in una omotetia diretta o inversa dipendono dal valore del rapporto:
   - se $k$ **è maggiore di 1** si ottiene un ingrandimento;
   - se $k$ **è minore di 1** si ottiene un rimpicciolimento;
   - se $k$ **è uguale a 1** si ottiene una **omotetia identica** nel caso di una omotetia diretta, una **simmetria centrale** nel caso di una omotetia inversa.

## La similitudine:

6. la corrispondenza che si ottiene dal prodotto di una **omotetia** e di una **isometria** si chiama **similitudine**. Le figure che si corrispondono in questo tipo di trasformazione si dicono **simili**;
7. la **similitudine** è una trasformazione che lascia immutate le ampiezze degli angoli ma modifica la lunghezza dei segmenti corrispondenti secondo un rapporto costante che si chiama **rapporto di similitudine** e si indica con $k$;

8. due o più **poligoni** sono **simili** quando hanno gli angoli ordinatamente congruenti e le misure dei lati omologhi legate da un rapporto costante;
9. i **criteri di similitudine** sono regole che permettono di stabilire rapidamente quando due triangoli sono simili; in particolare, due triangoli sono simili se hanno:
   - gli angoli ordinatamente congruenti (**I criterio**);
   - una coppia di angoli omologhi congruenti e i lati che li comprendono in proporzione (**II criterio**);
   - i lati corrispondenti in proporzione (**III criterio**).

13. il **rapporto tra i perimetri** di due triangoli simili è uguale al **rapporto di similitudine**;
14. **tutte le misure lineari** corrispondenti di due poligoni simili stanno tra loro nello **stesso rapporto di similitudine**;
15. il **rapporto tra le aree** di due poligoni simili è uguale al **quadrato del rapporto di similitudine**.

## I teoremi di Euclide:

16. **Primo teorema:** in ogni triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa;
17. **Secondo teorema:** in ogni triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.