

ARITMETICA

Ripasso sulle espressioni contenenti operazioni fra frazioni e potenze.

$$2 - \left\{ \left[\left(1 + \frac{5}{2} - \frac{5}{4} \right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{5}{6} \right) \right] - \left[\frac{4}{3} + \left(\frac{15}{4} - \frac{25}{12} \right) - \left(2 + \frac{1}{2} \right) \right] \right\}.$$

$$\left[\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} \right) : \left(3 - \frac{2}{3} \right) - \frac{1}{6} \right] : \left[\left(\frac{10}{50} \cdot \frac{3}{2} + \frac{6}{5} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{3} - 2 \right) + \frac{2}{3} \right].$$

$$\frac{\left[\left(2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} + 1 - \frac{5}{4} \right)^2 \right] : \left(2 - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \right)}{\left[\left(3 - \frac{1}{3} - \frac{4}{15} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) \right]^2}.$$

Risultati: 0 ; $\frac{2}{11}$; $\frac{1}{9}$

$$\left[\left(\frac{1}{2} \right)^3 : \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^4 \right]^2 : \left[\left(\frac{2}{3} \right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2 : \left(\frac{2}{3} \right)^5 \right]^5 : \left(\frac{3}{4} \right)^5.$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{3}{8} \right)^3 : \left(\frac{6}{15} \right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5} \right)^3 \right]^2 : \left[\left(\frac{3}{8} \right)^2 \right]^2 \right\} : \left(\frac{3}{4} \right)^2.$$

Risultati: $\frac{1}{32}$; $\frac{1}{4}$

$$\left[\left(\frac{5}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^3 : \left(\frac{5}{3} \right)^4 \right]^3 : \left[\left(\frac{3}{5} \right)^5 : \left(\frac{3}{5} \right)^4 \cdot \frac{3}{5} \right] : \left(\frac{5}{3} \right)^4.$$

$$\left[\frac{5}{13} \cdot \left(\frac{9}{10} + \frac{7}{2} - \frac{3}{6} \right) \right]^2 : \left[\left(1 - \frac{3}{23} \right) \cdot \left(1 + \frac{3}{20} \right) \right]^3 : \left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4} \right)^2 \right] : \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 \right]^3 \right\}.$$

Risultati: $\frac{5}{3}$; 3

$$\frac{\frac{1}{4} + \left[\left(\frac{8}{5} - \frac{3}{5} + \frac{5}{8} : \frac{1}{16} \right) \times \left(\frac{3}{8} + \frac{15}{16} : \frac{21}{2} \right) : \frac{13}{7} \right]}{\left(1 - \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{3}{8} + \frac{15}{16} \right) : \frac{21}{2}} =$$

[72/5]

I numeri razionali

1. Trasforma i seguenti numeri decimali nelle corrispondenti frazioni generatrici.

| | | | |
|--------------|--------------|-------------------|-------------------|
| 13,27 | $1,2\bar{3}$ | 5,4 | $4,\overline{12}$ |
| $2,1\bar{6}$ | 0,27 | $0,\overline{74}$ | $3,12\bar{5}$ |

2. Calcola il valore delle seguenti espressioni, dopo aver trasformato tutti i numeri decimali nelle corrispettive frazioni generatrici.

$$\left(0,\bar{7} + \frac{2}{9} - \frac{5}{18} + 1,\bar{2}\right) \times 3 : 0,5. \quad \left[\frac{35}{3}\right]$$

$$\frac{\left(0,2 \times 2,\bar{3} + \frac{3}{5}\right) : 1,0\bar{6}}{\frac{1}{3} : 0,2 - 2,2 : 3,\bar{6}} \quad \left[\frac{15}{16}\right]$$

$$[(1 - 0,\bar{8}) : 0,0\bar{7} + 2] \times \frac{7}{3} + 4,8 \times \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right) \quad \left[\frac{49}{5}\right]$$

$$\{[(0,\bar{6} - 0,25) \cdot 1,2 + 1] : [(1,5 - 0,75)^2 : 0,75]\} : 1,\bar{3} \quad [1,5]$$

$$\left[1,\bar{6} \times \left(\frac{9}{4} - 0,5\right) - \frac{15}{8} \times \left(1,5 - \frac{2}{3}\right)\right] : 0,3 = \quad [33/8]$$

$$\left[\left(2,5 + \frac{1}{2}\right) - (0,18 : 0,72)\right] : 2,5 + (3,5 - 2) = \quad [13/5]$$

$$\frac{[(2 - 1,\bar{4} + 0,\bar{5}) : 0,\bar{6}] \cdot \frac{6}{5}}{\left[(5 - 2,\bar{2} - 0,\bar{5}) : \frac{5}{3}\right] : 0,\bar{3}} \quad [0,5]$$

La radice quadrata

Utilizzando le tavole calcola il valore delle seguenti radice quadrate

$$\sqrt{190096}$$

$$\sqrt{435}$$

$$\sqrt{8464}$$

$$\sqrt{192799}$$

Calcola la radice quadrata dei seguenti numeri razionali (approssima a 0,01)

$$\sqrt{\frac{121}{81}}$$

$$\sqrt{\frac{15}{8}}$$

$$\sqrt{1,69}$$

$$\sqrt{\frac{7}{5}}$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni sotto radice quadrata

$$(\sqrt{144 : 36} + \sqrt{64}) : 5 + \sqrt{25} + \sqrt{16} \quad \sqrt{2^3 \times 23 - 15^2 : 15 - 7 \times 2^2 - 2^2 \times 21 - 7 \times 2^3}$$

$$\sqrt{[7^2 - (2^5 - 4 - 5^2)^3 - 4]^2 : [13 + (4^3 - 2^2 \times 11 - 2 \times 3^2) \times 5 - 6 \times 7 : 2]^2}$$

$$\sqrt{\left\{ \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} : \frac{9}{2} \right) + \frac{5}{3} - 1 \right] : \frac{16}{9} \right\}^2 + \frac{1}{4}} \quad (\text{approssima a } 0,1)$$

$$\sqrt{\left(1,\bar{6} - 0,2 + 0,1\bar{6} \right) : 0,0\bar{3}}$$

$$\sqrt{\frac{\left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 : \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \right) + 1 \right]^2 - \left[\left(1 - \frac{1}{3} \right)^2 : \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3}{\frac{4}{7} : \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{7}{3} + \frac{1}{5} \right) : 19}} \quad \left[\frac{5}{6} \right]$$

Rapporti e proporzioni

23 Verifica, mediante l'applicazione della proprietà fondamentale, se le seguenti scritture formano una proporzione:

a. $15 : 45 = 12 : 36$;

b. $22 : 15 = 56 : 40$;

c. $32 : 50 = 48 : 75$.

27 Applica la proprietà dell'invertire alle seguenti proporzioni:

a. $8 : 16 = 9 : 18$;

b. $12 : 5 = 24 : 10$;

c. $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{2}{3} : \frac{16}{9}$.

29 Applica la proprietà del permutare alle seguenti proporzioni:

- a. $20 : 26 = 30 : 39$ permuta i medi;
b. $15 : 18 = 20 : 24$ permuta gli estremi;
c. $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{3}{4} : \frac{9}{10}$ permuta sia i medi che gli estremi.

31 Applica la proprietà del comporre alla proporzione $7 : 2 = 14 : 4$.

33 Applica la proprietà dello scomporre alla proporzione $5 : \frac{3}{2} = \frac{15}{2} : \frac{9}{4}$.

Calcola il termine incognito nelle seguenti proporzioni.

$$54 : x = 75 : 50$$

$$8 : 10 = 16 : x$$

$$5 : x = x : 125$$

$$x : \frac{1}{2} = 1 : 2$$

$$\frac{3}{4} : 6 = x : \frac{1}{8}$$

$$2 : x = x : \frac{10^2}{2}$$

$$\frac{3}{7} : x = x : \frac{12}{7}$$

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}\right) : 2 = \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3}\right) : x$$

$$2 : x = x : 49$$

$$\frac{75}{8} : x = x : 6$$

$$13 : x = 9 : 54$$

$$\left(\frac{6}{5} + 1\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{4}\right) : x$$

$$x : \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \sqrt{144} : x$$

$$x : y = 2 : 13$$

$$\text{sapendo che } x + y = 75$$

$$x : y = \left(1 - \frac{1}{9}\right) : \left(2 - \frac{5}{4}\right) \quad \text{sapendo che } x - y = \frac{5}{12}$$

Risolvi i seguenti problemi, applicando le proporzioni.

- Due numeri sono tali che la loro differenza è 16 e il loro rapporto è $\frac{7}{3}$. Calcola i due numeri.
- I fiori che compongono un bouquet, rose e tulipani, sono complessivamente 26. Se le rose sono $\frac{4}{9}$ dei tulipani, quante sono le rose e i tulipani? [8; 18]
- Quanti anni hanno Matteo e Mauro se il maggiore ha 4 anni in più del minore e le due età stanno fra loro come 5 sta a 4. [16; 20]
- Due angoli complementari sono tali che il loro rapporto è di $\frac{4}{5}$. Calcola l'ampiezza dei due angoli. [40°; 50°]

Le applicazioni della proporzionalità

Individua i completamenti corretti.

- a) Due grandezze sono direttamente proporzionali se
- 1) ☐ aumentando i valori della prima aumentano anche i corrispondenti valori della seconda.
 - 2) ☐ il rapporto tra i valori corrispondenti è costante.
 - 3) ☐ il prodotto dei valori corrispondenti è costante.
 - 4) ☐ raddoppiando il valore della prima, raddoppia anche il valore della seconda.
 - 5) ☐ raddoppiando il valore della prima, il corrispondente valore della seconda si dimezza.
- b) Due grandezze sono inversamente proporzionali se
- 1) ☐ aumentando i valori della prima diminuiscono i corrispondenti valori della seconda.
 - 2) ☐ il rapporto tra i valori corrispondenti è costante.
 - 3) ☐ il prodotto dei valori corrispondenti è costante.
 - 4) ☐ raddoppiando il valore della prima, raddoppia anche il valore della seconda.
 - 5) ☐ raddoppiando il valore della prima, il corrispondente valore della seconda si dimezza.

Stabilisci se tra le seguenti coppie di grandezze intercorre una relazione di proporzionalità diretta (D) o inversa (I).

- a) ☐ Età di una persona e suo peso.
- b) ☐ Misure della base e dell'altezza di rettangoli equivalenti.
- c) ☐ Ore di funzionamento di un fornello a gas e quantità di gas consumata.
- d) ☐ Numero di operai che compiono un certo lavoro e tempo impiegato.
- e) ☐ Lunghezza del lato di un quadrato e la sua area.

Stabilisci se tra le coppie di grandezze elencate intercorre una proporzionalità diretta (D), inversa (I) oppure nessuna delle due (N).

- | | D | I | N |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) L'età di un albero e la sua altezza. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) La lunghezza del lato di un quadrato e il suo perimetro. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Il numero di penne dello stesso tipo acquistate e la spesa relativa. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Il numero di operai impegnati in un certo lavoro e il tempo impiegato. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| e) L'età di un bambino e il suo peso in kg. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

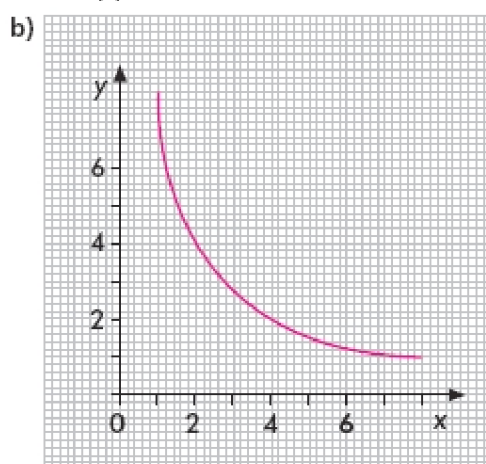
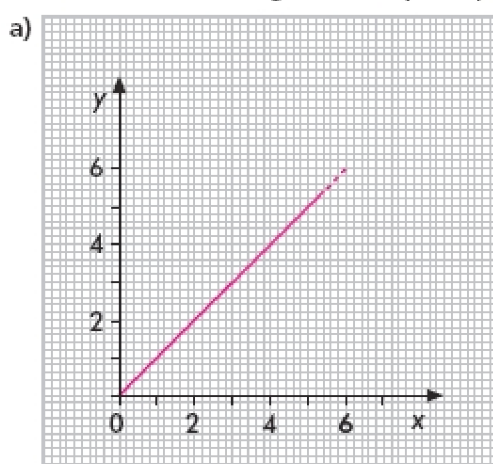
Individua quale funzione rappresenta una proporzionalità diretta.

- a) ☐ $y = k + x$
- b) ☐ $y = k \cdot x$
- c) ☐ $y = \frac{k}{x}$
- d) ☐ $y = k \cdot x^2$

Stabilisci quali tra le seguenti funzioni indicano una proporzionalità diretta (D), inversa (I) oppure nessuna delle due (N).

| | D | I | N |
|-----------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $y = 5x$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) $y = 8x + 2$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) $xy = 12$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) $y = \frac{1}{2}x$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| e) $y = \frac{6}{x}$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| f) $\frac{y}{x} = 2$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Scrivi sotto a ciascun grafico il tipo di proporzionalità rappresentato.



Verifica per ciascuna tabella se le grandezze x e y sono legate da una proporzionalità diretta o inversa. Nel caso, scrivi il coefficiente di proporzionalità, la relazione che lega x e y e rappresenta la relazione su un piano cartesiano.

| | | | | | |
|-----|---|----|----|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

| | | | | | |
|-----|----|---|---|---|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 6 | 12 |
| y | 12 | 6 | 4 | 2 | 1 |

Completa le tabelle, scrivine il coefficiente e la relazione che lega x e y . Disegna poi il grafico su un piano cartesiano, dopo aver specificato di che tipo di proporzionalità si tratta.

| | | | | | | | |
|-----|---|---|---|----|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | | 6 | | 18 | | | |

| | | | | | | | |
|-----|---|--|----|---|---|---|---|
| x | 1 | | 3 | 4 | 5 | | 9 |
| y | | | 15 | | 9 | 6 | |

In un ufficio ogni impiegato fa 10 fotocopie al giorno. Indica con x il numero di impiegati e con y in numero delle fotocopie e

-scrivi la relazione che lega x e y

-specifica di che proporzionalità si tratta

-completa la tabella dei valori sottostante

-rappresenta la funzione con un grafico cartesiano

| | | | | | |
|-----|----|----|----|-----|-----|
| x | 15 | 25 | 75 | 150 | 200 |
| y | | | | | |

Considera la seguente coppia di grandezze proporzionali e la relazione matematica che le lega. Indica se si tratta di proporzionalità diretta o inversa e la costante di proporzionalità K .

x = consumo di una lampadina

y = tempo di accensione espresso in secondi

C_u = consumo di 50 unità di energia al secondo

GEOMETRIA

AREA DELLE FIGURE PIANE E APPLICAZIONE DEL TEOREMA DI PITAGORA

1. Un quadrilatero è formato da un triangolo equilatero e da uno isoscele esterno ad esso la cui base coincide con un lato del primo triangolo. Sapendo che il perimetro del quadrilatero è 184cm e che il lato del triangolo equilatero è 40cm, calcola l'area del quadrilatero. [1652,8cm²]
2. La diagonale maggiore di un rombo è data in centimetri dalla soluzione della seguente proporzione $50 : x = 14 : 42$. Sapendo che il lato è $\frac{17}{30}$ della diagonale maggiore, calcola area del rombo. [6000cm²]
3. L'area di un triangolo è 5880cm² e la base è $\frac{5}{3}$ dell'altezza. Calcola la misura della base e dell'altezza. [140cm; 80cm]
4. Un trapezio avente l'altezza di 24 cm è equivalente a un triangolo la cui base misura 90 cm e l'altezza 40 cm. Determina l'area del triangolo e la misura delle basi del trapezio sapendo che una è $\frac{3}{2}$ dell'altra. [60cm; 90cm]
5. L'area di un triangolo isoscele misura 1875dm² e la base è lunga 1875dm. Calcola il perimetro del triangolo. [200dm]
6. La somma del cateto minore e dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura 128cm e la loro differenza 98cm. Calcola area e perimetro del triangolo. [840cm²; 240cm]
7. In un triangolo rettangolo i due cateti sono uno $\frac{4}{3}$ dell'altro. Calcola il perimetro e la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa, sapendo che l'area è 8664cm². [456cm²; 91,2cm]
8. Un triangolo isoscele ha area di 2352cm² e la base lunga 84cm. Calcola:
- il perimetro del triangolo [224cm]

- l'area di un quadrato avente il lato congruente a $\frac{3}{8}$ del perimetro del triangolo [7056cm²]
- l'area di un rettangolo avente il perimetro doppio di quello del quadrato e altezza lunga 128cm [26624cm²]

9. In un parallelogramma il perimetro è 405cm e un lato è $\frac{25}{26}$ dell'altro. Sapendo che l'altezza relativa al lato maggiore misura 37,5cm, calcola area e diagonale minore del parallelogramma.
[5250cm²; 97,5cm]

10. L'area di un rombo è 777,6cm² e le diagonali sono una $\frac{8}{15}$ dell'altra. Calcola il perimetro.
[122,4cm]

11. Calcola la misura della diagonale di un quadrato equivalente ai $\frac{3}{4}$ di un rettangolo avente il perimetro di 168cm e una dimensione tripla dell'altra. [44,54cm]

12. L'altezza di un triangolo isoscele misura 108cm e l'area è 4860cm². Calcola l'area di un quadrato isoperimetrico al triangolo dato. [6561cm²]

13. In un triangolo rettangolo di area 600m² l'altezza relativa all'ipotenusa, lunga 24cm, divide l'ipotenusa in due parti, una $\frac{16}{9}$ dell'altra. Calcola:

- il perimetro del triangolo [120m]
- il perimetro dei due triangoli in cui quello dato viene diviso dall'altezza relativa all'ipotenusa [72m; 96m]

14. Un rombo ha l'area di 23,04 m² e la diagonale minore è data in metri dal valore della x nella seguente proporzione:

$$\left(3 + \frac{1}{5}\right) : x = \left(4 - \frac{2}{3}\right) : 5$$

Calcola:

- La misura della diagonale maggiore del rombo
- La misura del lato del rombo
- Il perimetro di un quadrato equivalente al rombo

d) Il perimetro di un rettangolo equivalente ai $\frac{4}{9}$ del rombo ed avente la base di 1,6 m.
(9,6 m; 5,3 m; 19,2 m; 16 m)

15. Un rettangolo avente la diagonale di 30 cm e la base di 24 cm è equivalente ad un triangolo isoscele con l'altezza di 27 cm, Calcola il perimetro del rettangolo e la base del triangolo isoscele.
(84 cm; 32 cm)

SIMILITUDINI E TEOREMA DI EUCLIDE

Di due triangoli sono note le misure dei lati:

$$\overline{AB} = 24 \text{ cm}, \overline{BC} = 30 \text{ cm e } \overline{AC} = 42 \text{ cm};$$
$$\overline{A'B'} = 20 \text{ cm}, \overline{B'C'} = 25 \text{ cm e } \overline{A'C'} = 30 \text{ cm}.$$

I due triangoli sono simili?

.....

Perché?

.....

Di due triangoli sono note le seguenti misure:

$$\overline{AB} = 6 \text{ cm}, \overline{BC} = 9 \text{ cm e } \hat{B} = 54^\circ;$$
$$\overline{A'B'} = 8 \text{ cm}, \overline{B'C'} = 12 \text{ cm}, \hat{A'} = 67^\circ \text{ e } \hat{C'} = 59^\circ$$

I due triangoli sono simili?

.....

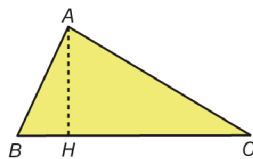
Perché?

.....

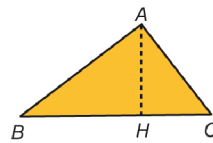
Completa le seguenti tabelle relative a dei triangoli rettangoli in C (le misure sono espresse in cm).

| Ipotenusa \overline{AB} | Proiezione \overline{AH} | Proiezione \overline{HB} | Cateto \overline{AC} | Cateto \overline{BC} |
|------------------------------|-------------------------------|---|---------------------------|---------------------------|
| 15 | 5,4 | $(\overline{AB} - \overline{AH}) = \dots\dots\dots$ | | |
| | 18 | 3,2 | | |
| | | 3,6 | 7,2 | |

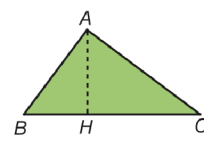
Calcola i dati mancanti in ciascuno dei triangoli rettangoli assegnati nei seguenti esercizi.



$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 30\text{cm} \\ \overline{BH} &= 10,8\text{cm} \\ \overline{AB} &= ? \\ \overline{AC} &= ?\end{aligned}$$



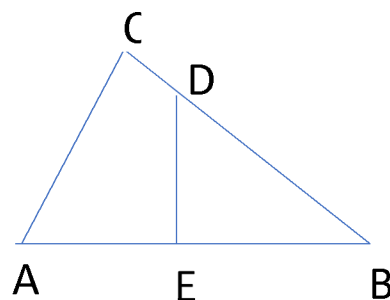
$$\begin{aligned}\overline{BH} &= 22,4\text{cm} \\ \overline{HC} &= 12,6\text{cm} \\ \overline{AH} &= ?\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\overline{AC} &= 60\text{cm} \\ \overline{HC} &= 48\text{cm} \\ \overline{BC} &= ? \\ \overline{AB} &= ?\end{aligned}$$

$$\overline{AB}=18\text{cm} \quad \overline{AC}=24\text{cm} ; \overline{AH}=16,8\text{cm} ; \overline{BC}=75\text{cm} \quad \overline{AB}=45\text{cm}$$

1. Nel triangolo rettangolo ABC (con C angolo retto al vertice) il cateto AC misura 66cm. Prendi sul lato BC un punto D tale che il segmento CD 28cm e il segmento DB misura 60cm. Traccia partendo da D la perpendicolare all'ipotenusa AB, dove la incontra nel punto E. Calcola l'area del triangolo DEB. $[864\text{cm}^2]$



2. La differenza tra le proiezioni sull'ipotenusa dei due cateti di un triangolo rettangolo misura 11,2cm e una è $\frac{16}{9}$ dell'altra. Calcola perimetro e area del triangolo. $[96\text{cm}, 384\text{cm}^2]$

3. In un trapezio rettangolo la diagonale minore forma un angolo retto con il lato obliquo. La base minore misura 5,4cm e la differenza tra le due basi misura 0,6cm. Quanto vale l'altezza del trapezio? [1,8cm]

4. L'area di un triangolo rettangolo è $132,54\text{cm}^2$ e il cateto minore è lungo 14,1cm. Calcola:

- il perimetro del triangolo. [56,4cm]

- perimetro e area di un rettangolo con le dimensioni congruenti alle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa. [47cm, $127,24\text{cm}^2$]

- perimetro e area di un quadrato avente il lato congruente all'altezza relativa all'ipotenusa. [45,12cm, $127,24\text{cm}^2$]

5. In un triangolo rettangolo la somma e la differenza tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa misurano rispettivamente 56cm e 15,68cm. Calcola:

- la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa. [26,88cm]

- perimetro e area di un rettangolo con dimensioni congruenti ai cateti del triangolo. [156,8cm, $1505,28\text{cm}^2$]

- area del quadrato con lato congruente ai $\frac{7}{12}$ del perimetro del triangolo. [6146,56 cm^2]